

TITOLI DERIVATI E GESTIONE DEL RISCHIO II

Prof.ssa Claudia Ceci

a.a. 2022/23

1. Nozioni di calcolo delle probabilità.

Variabili aleatorie discrete e continue, valore atteso, varianza e covarianza. Indipendenza di eventi e di variabili aleatorie. Densità congiunte e condizionate, media condizionata. Sigma-algebra. Probabilità e attesa condizionata ad una sigma-algebra e loro proprietà.

2. Processi stocastici a tempo continuo.

Il moto browniano, il moto browniano geometrico, i processi di Markov. Le martingale, esempi: il moto browniano, la martingala esponenziale. L'integrale di Ito, definizione per processi semplici e sue proprietà. La formula di Ito (senza dimostrazione). La formula di rappresentazione di Feynman-Kac (con dimostrazione). Cambio di misura di probabilità: il Teorema di Girsanov (senza dimostrazione).

3. Modelli di mercato finanziario a tempo continuo.

Il modello di Black & Scholes. Valutazione di derivati europei: strategie autofinanzianti di copertura, l'equazione alle derivate parziali di valutazione e la valutazione neutrale al rischio. La misura martingala equivalente e il prezzo di mercato del rischio. Formule del prezzo della call e della put. Le Greche di un portafoglio. Calcolo delle greche delle opzioni. La strategia *delta-hedging* e *delta-gamma hedging*. La volatilità implicita e l'effetto *smile*.

4. Modelli di mercato finanziario con N titoli rischiosi e d fonti d'incertezza.

Modello di Black & Scholes multi-dimensionale. Definizione di arbitraggio. Mercati finanziari completi ed incompleti. Definizione e determinazioni delle misure martingale equivalenti: il vettore prezzi di mercato del rischio. Il valore del portafoglio scontato rispetto alle misure martingala. I teoremi fondamentali dell'*asset pricing* (dimostrazione del punto: esistenza misura martingala implica assenza di opportunità di arbitraggio). Valutazione di derivati scritti su più sottostanti: il caso di correlazione dei prezzi.

5. Modelli stocastici per il rischio di credito:

Modelli in forma ridotta con intensità costante e deterministica (*hazard rate model*). Valutazione di derivati sensibili al rischio di *default*: *defaultable zero coupon bonds* (DZCB) senza recupero e recupero (*recovery of treasury* e *face value*), *defaultable coupon bonds* (DCB). Determinazione della probabilità di *default* e dell'intensità di *default* a partire dai prezzi di mercato. I *Credit Default Swap* (CDS): calcolo del *fair spread* e loro valutazione.

Cenni sul rischio di controparte e sul *Credit Value Adjustment* (CVA).

Testi consigliati:

- Andrea Pascucci, "Calcolo stocastico per la finanza", Springer (per le parti 2-3-4).
- Appunti ed esercizi scaricabili alla pagina web del docente <https://clec.unich.it/>

Modalità d'esame: prova scritta e orale.