**I appello – Ricerca operativa** 30.05.2014

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Società gestisce una squadra di calcio adottando una politica di massimizzare il suo profitto nel caso peggiore, cioè nel caso in cui i risultati della squadra non siano buoni, in un orizzonte temporale di 1 anno. Così si concentra sull’acquisto/vendita dei giocatori. Per brevità consideriamo solo gli acquisti, senza interazione con le vendite, e solo genericamente i tre reparti: difesa, centrocampo, attacco.

La Società può acquistare i seguenti giocatori di cui stima il valore atteso fra 1 anno:

:: in difesa 7 giocatori, siano *g*1, …, *g*7, a un costo *ci*  e con valore atteso *vi* per *i* = 1, …, 7;

:: a centrocampo 9 giocatori, siano *g*8, …, *g*16, a un costo *ci* e con valore atteso *vi* per *i* = 8, …, 16;

:: in attacco 7 giocatori, siano *g*17, …, *g*23, a un costo *ci* e con valore atteso *vi* per *i* = 17, …, 23.

(ad esempio un giocatore giovane avrà un valore atteso fra 1 anno superiore al suo costo attuale)

Per diversi motivi: la Società, per ogni reparto, vuole acquistare da 2 a 4 giocatori; il budget per gli acquisti della Società è pari a *B*; riguardo i giocatori *g*1, *g*3, *g*9, *g*19 la Società o li acquista tutti o nessuno.

Il problema è scegliere quali giocatori acquistare, garantendo i vincoli di reparto, di budget, e dei giocatori *g*1, *g*3, *g*9, *g*19, al fine di massimizzare la somma dei profitti attesi fra 1 anno dei giocatori acquistati (per ogni giocatore il profitto atteso fra 1 anno è dato dalla differenza fra il valore atteso fra 1 anno e il costo attuale).

**2.** Descrivere brevemente il metodo “branch and bound” per la soluzione di problemi di programmazione lineare intera.

**3.** Determinare mediante l’algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



**4.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema della “pianificazione dei progetti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare; (iii) risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema:

le attività sono A1, A2, A3, A4, A5;

le rispettive durate sono: 5, 8, 3, 2, 7;

le relazioni di precedenza sono: A1 < A4, A2 < A3, A2 < A4, A3 < A5.

**II appello – Ricerca operativa** 20.06.2014

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

Una Ditta decide di assumere persone da scegliere fra un insieme *C* di 10 candidati per svolgere globalmente un insieme *A* di 5 attività. Tramite colloqui, la Ditta determina il sottoinsieme *Ai* di attività in *A* per le quali il candidato *i* ha abilità, per *i* = 1, …, 10 (o equivalentemente, la Ditta determina il sottoinsieme di candidati *Cj* in *C* che ha abilità per l’attività *j*, per *j* = 1, …, 5). Il costo per assumere il candidato *i* è pari a *ci* , per *i* = 1, …, 10. Il problema è scegliere quali persone assumere fra i 10 candidati, con il vincolo che per ogni attività ci siano almeno 2 persone abili, in modo da minimizzare il costo totale per le assunzioni.

**2.** Sia *P* un problema di Programmazione Lineare Intera. Spiegare: (i) cosa si intende per *rilassamento continuo* (o *lineare*) di *P*; (ii) che relazione c’è tra il valore della soluzione ottima di *P* e il valore della soluzione ottima del rilassamento continuo di *P* (assumendo che *P* sia un problema di minimizzazione); (iii) cosa si intende per *matrici totalmente unimodulari* e qual è l’utilità di riconoscere tali matrici nell’ambito della Programmazione Lineare Intera.

**3.** Determinare mediante l’algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



**4.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema della “localizzazione di impianti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare intera; (iii) determinare una soluzione “greedy” dell’istanza riportata di seguito.

matrice *cij* impianti

1 2 3 4

1 4 0 0 1

2 1 3 4 1

3 0 1 3 0

clienti 4 2 0 1 2

5 3 4 0 2

vettore *dj* : 3 1 4 3

**III appello – Ricerca operativa** 11.07.2014

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.

Una ditta desidera produrre due tipi di pasta, siano Base e Tradizionale, usando tre tipi di grano, siano A, B, C, che sono a disposizione in quantità rispettivamente di 2700, 1400, 300 unità. Il profitto che l’azienda presume di trarre dalla produzione di 1 unità di Base è 3, mentre dalla produzione di 1 unità di Tradizionale è 7. Tali produzioni necessitano di particolari combinazioni dei tre tipi di grano. Per produrre 1 unità di Base, si ha bisogno di: 3 unità di A, 1 unità di B. Per produrre 1 unità di Tradizionale, si ha bisogno di: 2 unità di A, 1 unità di B, 1 unità di C. Il problema è organizzare la produzione (cioè stabilire quante unità di Base e di Tradizionale produrre) in modo di massimizzare il profitto totale.

**2.** Sia *P* il problema di programmazione lineare dell’Esercizio 1. Sviluppare i seguenti punti:

2a) costruire il problema duale, sia *D*, del problema *P*;

2b)spiegare che relazione c’è fra il valore della soluzione ottima del problema *P* e il valore della soluzione ottima del problema *D* [nel caso in cui tali soluzioni ottime esistano];

2c) illustrare l’interpretazione economica dei valori delle variabili del problema *D* all’ottimo.

**3.** Descrivere un qualsiasi problema di natura pratica (anche inventandolo) che può essere formulato in termini di programmazione lineare intera con funzione obiettivo da minimizzare.

**4.** Mediante il metodo di Wagner-Whitin, risolvere il seguente problema.

Un bene deve essere prodotto su un orizzonte temporale composto da 4 periodi. Per ogni periodo *t* = 1,…,4, siano *xt* e *st* le variabili che indicano rispettivamente la quantità prodotta all’inizio del periodo *t* e la giacenza alla fine del periodo *t*. In particolare, all’inizio del periodo 1 non ci sono giacenze in magazzino, e non si vuole che ce ne siano alla fine del periodo 4. La funzione costo di produzione è: *Ct* = *At* *w*(*xt*) + *ctxt*, dove: *w*(*xt*) = 1 se *xt* > 0, e *w*(*xt*) = 0 altrimenti. La funzione costo di stoccaggio è: *Ht* = *htxt*, dove: *w*(*xt*) = 1 se *xt* > 0, e *w*(*xt*) = 0 altrimenti. Per ogni periodo *t* = 1,…,4, sia *dt* la stima delle vendite da effettuare (cioè della domanda da soddisfare) nel periodo *t*. In tabella sono riportati i dati relativi a quanto sopra.

Periodo Domanda A c h

1 40 10 2 1

2 50 10 2 2

3 70 20 3 1

4 40 10 1

Problema: determinare le variabili *xt* e *st* (per ogni *t*) in modo da minimizzare i costi totali e da soddisfare tutte le domande al momento in cui vengono effettuate (cioè, *st* > 0).

**I appello – Ricerca operativa** 29Maggio 2015

**1.** Al fine di spiegare cosa si intende per “interpretazione economica della dualità”:

(i) descrivere un qualsiasi problema di natura pratica in termini di programmazione lineare, sia *P*, tale che sia possibile definire una interpretazione economica del valore delle variabili del problema duale di *P* all’ottimo; (ii) formulare il problema duale di *P*, sia *D*, e spiegare il significato del valore che le variabili del problema *D* assumono all’ottimo.

**2.** Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.

Una Regione con 4 Province, siano *P*1, …, *P*4, finanzia al momento 4 Strutture (di eccellenza) per la Cardiologia, siano *S*1, …, *S*4, uno per Provincia. Si stima che:

:: per ogni Struttura *Si* (per *i* = 1, …, 4): sia possibile ricoverare in un anno un numero *ri* di pazienti dalla Regione e sia da considerare un “costo fisso” annuale pari a *Ci* che rappresenta il costo annuale sostenuto dalla Regione per la sola apertura della Struttura;

:: per ogni Provincia *Pj* (per *j* = 1, …, 4): sia presente un numero *pj* di pazienti (attesi) da ricoverare in un anno presso una Struttura di Cardiologia della Regione;

:: per ogni coppia Struttura *Si* e Provincia *Pj* (per *i* = 1, …, 4, per *j* = 1, …, 4): sia da considerare un “costo variabile” annuale pari a *cij* che rappresenta il costo annuale per ricoverare nella Struttura *Si* un paziente dalla provincia *Pj* [esso è la somma di un costo sostenuto dalla Regione per ricoverare in *Si* un paziente da *Pj* e di un costo sostenuto da un paziente (atteso) da *Pj* per essere ricoverato in *Si*].

Il problema è individuare quali Strutture eventualmente chiudere fra *S*1, …, *S*4 nel contesto di (cioè determinando) una gestione dei ricoveri che garantisca a ogni paziente (atteso) il ricovero presso una Struttura della Regione e che minimizzi la somma dei “costi fissi” e dei “costi variabili”.

**3.** Descrivere brevemente: (i) cosa si intende per “matrice totalmente unimodulare”, (ii) qual è la proprietà principale di tali matrici nel contesto della Programmazione Lineare Intera, (iii) qual è l’utilità di tale proprietà.

**4.** Determinare mediante l’algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



**II appello – Ricerca operativa** 19Giugno 2015

**III appello – Ricerca operativa** 10Luglio 2015

**1.** Sviluppare i seguenti punti:

1. definire cosa si intende per “problema di programmazione lineare”;
2. descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come “problema di programmazione lineare” in cui la funzione obiettivo è da minimizzare;
3. descrivere brevemente il “metodo del simplesso” per la risoluzione di un “problema di programmazione lineare”.

**2.** Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.

Un Provveditorato deve decidere le nomine esterne per formare le Commissioni dell’Esame di Stato. Per comodità si assuma che tale decisione sia ristretta a una singola materia. Sono presenti un insieme *D* di docenti e un insieme *S* di Scuole. In particolare:

:: ogni Docente in *D* può essere nominato in al più una Scuola in *S*;

:: ogni Scuola *j* ∈ *S* richiede che vengano nominati in tale Scuolaun numero *bj* di Docenti in *D*;

:: ogni Docente *i* ∈ *D* può essere nominato soltanto in un sottoinsieme *Si* ⊆ *S* di Scuole per motivi di opportunità [ad esempio un Docente non può essere nominato nella Scuola in cui lavora durante l’anno o nelle Scuole considerate troppo vicine a questa]; in altri termini ad ogni Docente *i* ∈ *D* è associato un sottoinsieme *Si* ⊆ *S* di Scuole nelle quali soltanto può essere nominato, ed automaticamente a ogni Scuola *j* ∈ *S* è associato un sottoinsieme *Dj* ⊆ *D* di Docenti i quali soltanto possono essere nominati in tale Scuola*;*

:: per ogni Docente *i* ∈ *D* e per ogni Scuola *j* ∈ *S*, nominare il Docente *i* nella Scuola *j* [nel caso in cui è possibile] comporta un costo *cij*.

Il problema è decidere come effettuare le nomine dei Docenti nelle Scuole, soddisfacendo le richieste delle Scuole, in modo da minimizzare il costo complessivo per tali nomine.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema della “localizzazione degli impianti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare intera.

**4.** Risolvere mediante il metodo PERT la seguente istanza del problema della “pianificazione dei progetti”:

le attività sono A1, A2, A3, A4, A5;

le rispettive durate sono: 7, 1, 4, 3, 4;

le relazioni di precedenza sono: A1 < A3, A1 < A4, A2 < A3, A2 < A5.

**IV appello – Ricerca operativa** 11Settembre 2015

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.

Una Ditta che si occupa della gestione dei rifiuti ha raccolto rifiuti in maniera differenziata.

In dettaglio:

:: i rifiuti sono catalogati in un insieme *R* di categorie, siano 1, 2, …, *|R|* [ad esempio, vetro, carta, indifferenziata, ecc.]: in particolare per ogni categoria *i* ∈ {1, 2, …, |*R*|}laDitta ha raccolto *ri* unità;

:: i possibili smaltimenti di tali rifiuti sono catalogati in un insieme *D* di destinazioni, siano 1, 2, …, *|D|* [ad esempio, riciclaggio, inceneritore, discarica, ecc.]: in particolare la destinazione *j* ∈ {1, 2, …, |*D*|}ha una capacità di smaltimento di al più *dj* unità di rifiuto di qualsiasi categoria [assumiamo le destinazioni e le loro capacità di smaltimento siano definite in modo che tutti i rifiuti raccolti possano essere smaltiti];

:: ogni categoria *i* ∈ *R* può essere smaltita soltanto in un sottoinsieme *Di* ⊆ *D* di destinazioni [ad esempio, il vetro non può essere smaltito in una destinazione relativa al riciclo della carta]; in altri termini ad ogni categoria *i* ∈ *R* è associato un sottoinsieme *Di* ⊆ *D* di destinazioni nelle quali soltanto può essere smaltito, ed automaticamente ad ogni destinazione *j* ∈ *D* è associato un sottoinsieme *Rj* ⊆ *R* di categorie le quali soltanto possono essere smaltite in tale destinazione;

:: per ogni categoria *i* ∈ *R* e per ogni destinazione *j* ∈ *D*, smaltire 1 unità di categoria *i* nella destinazione *j* [nel caso in cui è possibile] comporta sia un impatto ambientale *aij*, sia un costo *cij*.

Il problema è decidere come smaltire tutti i rifiuti raccolti (in *R*) nelle destinazioni (in *D*) in accordo con le capacità di smaltimento delle destinazioni, in modo da minimizzare l’impatto ambientale totale per tale smaltimento, con la condizione che il costo totale per tale smaltimento sia non superiore a una costante data *C*.

[*Nota*: si assuma che le unità dei rifiuti siano divisibili, così che il problema possa essere formulato in termini di programmazione lineare (non intera)].

**2.** Sviluppare i seguenti punti:

1. definire cosa si intende per problema di “programmazione lineare intera”;
2. descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come problema di “programmazione lineare intera” in cui la funzione obiettivo è da massimizzare;
3. descrivere brevemente il “metodo branch and bound” per la risoluzione di un problema di “programmazione lineare intera”.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema del “cammino di costo minimo”; (ii) costruire una qualsiasi istanza del problema e risolverla con l’algoritmo di Dijkstra.

**4.** Definirecosa si intende per problema di “ottimizzazione combinatoria” e descrivere brevemente la classe di “euristiche di ricerca locale” per determinare una soluzione ammissibile di un tale problema.

**V appello (straordinario) – Ricerca operativa** 27Novembre 2015

**1.** Sviluppare i seguenti punti:

1. definire cosa si intende per “problema di programmazione lineare intera”;
2. descrivere un problema qualunque (anche fra quelli studiati o inventato) che può essere formulato come “problema di programmazione lineare intera” in cui la funzione obiettivo è da minimizzare;
3. descrivere brevemente il “metodo del branch and bound” per la risoluzione di un “problema di programmazione lineare intera”.

**2.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema.

L’Ente che organizza un campionato di calcio deve decidere gli orari delle partite per un certo turno del campionato, in cui si giocano 10 partite, e in cui sono previsti 3 ‘anticipi’ (in tre orari diversi) e 1 ‘posticipo’.

In dettaglio:

:: c’è un insieme *P* = {*p*1, *p*2, …, *p*10} di 10 *partite*, e c’è un insieme *T* = {*t*1, *t*2, …, *t*5} di 5 *orari*;

:: bisogna assegnare: 1 partita all’orario *t*1, 1 partita all’orario *t*2,1 partita all’orario *t*3, 6 partite all’orario *t*4, 1 partita all’orario *t*5;

:: ogni partita deve essere assegnata ad un solo orario;

:: assegnare la partita *pi* all’orario *tj*comporta un profitto stimato pari a *qij* , per *i =* 1, …, 10, per *j =* 1, …, 5 [tale profitto è direttamente legato a pubblicità/sponsor e indirettamente legato all’ ‘audience’].

Il problema è decidere come effettuare tali assegnamenti di partite a orari, soddisfacendo i vincoli di sopra, in modo da massimizzare il profitto complessivo per tali assegnamenti.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il “problema dei trasporti”; (ii) formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) con riferimento a tale formulazione, spiegare se la matrice dei vincoli è totalmente unimodulare, e qual è la conseguenza di questo fatto.

**4.** Determinare mediante l’algoritmo di Dijkstra un cammino di costo minimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicato il rispettivo costo.



**VI appello – Ricerca operativa** 15Gennaio 2016

**VII appello – Ricerca operativa** 5Febbraio 2016

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare il seguente problema.

Un Fruttivendolo desidera produrre due tipi di preparati mix di verdure, siano M1 e M2, usando tre tipi di verdure, siano A, B, C, che sono a disposizione in quantità rispettivamente di 40, 70, 40 unità. Il profitto che il Fruttivendolo presume di trarre dalla produzione di 1 unità di M1 è 4 Euro, mentre dalla produzione di 1 unità di M2 è 7 Euro. Tali produzioni necessitano di particolari combinazioni dei tre tipi di verdura. Per produrre 1 unità di M1, si ha bisogno di: 3 unità di A, 2 unità di B, 1 unità di C. Per produrre 1 unità di M2, si ha bisogno di: 0 unità di A, 4 unità di B, 3 unità di C. Il problema è organizzare la produzione (cioè stabilire quante unità di M1 e di M2 produrre) in modo di massimizzare il profitto totale.

**2.** Sia *P* il problema di programmazione lineare dell’Esercizio 1. Sviluppare i seguenti punti:

2a) costruire il problema duale, sia *D*, del problema *P*;

2b) spiegare, secondo l’interpretazione economica del duale, che significato hanno i valori delle variabili del problema *D* all’ottimo.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema del “cammino di costo minimo”; (ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera).

**4.** Svilupparei seguenti punti:

(i)descrivere il problema della “localizzazione di impianti”;

(ii) considerare la seguente istanza del problema:

matrice *cij*

impianti

1 2 3

1 0 4 3

clienti 2 2 0 3

3 1 0 2

4 0 4 2

vettore *dj* : 7 5 3

(ii.1) formulare tale istanza in termini di programmazione lineare (intera);

(ii.2) determinare una soluzione “greedy” per tale istanza.

**I appello – Ricerca operativa** 30.05.2016

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Compagnia di Assicurazioni si vede costretta a chiudere alcune sedi in Italia e così a dover proporre una allocazione/ricollocazione per tutte le persone che lavoravano in tutte le sedi (aperte o chiuse). In dettaglio:

:: c’è un insieme *P* di persone, sia *P =* {1, 2, …, |*P*|}, con |*P*| = 33;

:: c’è un insieme *D* di possibili destinazioni, sia *D =* {1, 2, …, |*D*|}, con |*D*| = 7. Le destinazioni 1, …, 5 sono le sedi rimaste aperte in Italia, le destinazioni 6 e 7 sono rispettivamente la cassa integrazione e il pre-pensionamento. In particolare (per diversi motivi): nella destinazione *j* ∈ {1, 2, …, 5} bisogna allocare un numero di persone pari almeno a *aj* e pari al più a *dj*; nelle destinazioni 6 e 7 è possibile allocare un numero di persone rispettivamente pari al più al 20% e al 25% del totale delle persone. Inoltre: se si utilizza la destinazione 6 [cassa integrazione], anche per una sola persona, allora la Compagnia deve sostenere un costo fisso (nell’orizzonte temporale di un anno) stimato pari a *K* (per motivi di immagine);

:: ogni persona *i* ∈ *P* deve essere allocata in una (sola) destinazione; in particolare ogni persona *i* ∈ *P* può essere allocata soltanto in un sottoinsieme *Di* ⊆ *D* di destinazioni [ad esempio una persona può non essere allocabile in una certa sede oppure in pre-pensionamento]; in altri termini ad ogni persona *i* ∈ *P* è associato un sottoinsieme *Di* ⊆ *D* di destinazioni nelle quali soltanto può essere allocata, ed automaticamente ad ogni destinazione *j* ∈ *D* è associato un sottoinsieme *Pj* ⊆ *P* di persone le quali soltanto possono essere allocate in tale destinazione;

:: per ogni persona *i* ∈ *P* e per ogni destinazione *j* ∈ *D*, allocare la persona *i* nella destinazione *j* [nel caso in cui è possibile] la Compagnia deve sostenere un costo *cij* (nell’orizzonte temporale di un anno).

Il problema è decidere come allocare tutte le persone (in *P*) nelle destinazioni (in *D*), in accordo con i vincoli di allocamento delle destinazioni, in modo da minimizzare il costo totale sostenuto dalla Compagnia (nell’orizzonte temporale di un anno).

**2.** Descrivere cosa si intende per: (i) problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*); (ii) *rilassamento continuo* (o *lineare*) di un problema *P* diPLI; (iii) *matrice totalmente unimodulare* (*TUM*), specificando qual è l’utilità di conoscere/studiare le matrici TUM nel contesto dello studio della PLI, e poi mostrando un esempio di un problema reale/verosimile formulabile in termini di PLI in cui compare una matrice TUM.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema della “pianificazione dei progetti”; (ii) formulare tale problema in termini di programmazione lineare (intera); (iii) considerare l’istanza di tale problema rappresentata di seguito e formularla in termini di programmazione lineare (intera):

le attività sono A1, A2, A3, A4;

le rispettive durate sono: 1, 5, 7, 3;

le relazioni di precedenza sono: A1 < A3, A2 < A3, A2 < A4, A3 < A4.

**II appello – Ricerca operativa** 20.06.2016

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Ditta che si occupa di import/export deve decidere quali beni scegliere da acquistare e così da trasportare mediante un suo TIR.

In dettaglio:

:: c’è un insieme *P* di beni, sia *P =* {1, 2, …, |*P*|};

:: ogni bene *i* ∈ *P* , se scelto, comporta per la Ditta un costo *ci* (per l’acquisto); in particolare la Ditta ha a disposizione un budget limitato pari a *B*;

:: ogni bene *i* ∈ *P*, se scelto, occupa uno spazio *si* (per il trasporto) sul TIR; in particolare il TIR ha a disposizione uno spazio limitato pari a *S*;

:: ogni bene *i* ∈ *P* , se scelto, garantisce alla Ditta un profitto *pi*;

:: i beni 1, 2, 3, devono essere o tutti scelti o tutti non scelti (per diversi motivi: ad esempio tali beni sono riconducibili a uno stesso fornitore che impone questa condizione).

Il problema è decidere quali beni scegliere da acquistare e così da trasportare mediante il TIR, in accordo con i vincoli di sopra, in modo da massimizzare il profitto totale della Ditta.

**2.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere cosa si intende per problema di Programmazione Lineare (*PL*); (ii) riportare le principali proprietà della PL (cioè i due teoremi e il corollario, in accordo con il programma del corso); (iii) descrivere brevemente l’algoritmo del Simplesso per la soluzione di un problema di PL.

**3.** Svilupparei seguenti punti:(i)descrivere il problema della “cammino di costo minimo”; (ii) costruire una istanza di tale problema – cioè un grafo orientato, in cui sono evidenziati i vertici *s* e *t*, e in cui ad ogni arco è associato un costo – che abbia almeno 5 vertici; (iii) per tale istanza, formulare il problema in termini di programmazione lineare (intera); (iv) per tale istanza, determinare una soluzione ottima del problema mediante l’algoritmo di Dijkstra.

**III appello – Ricerca operativa** 11.07.2016

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare (intera) il seguente problema:

Una Caseificio produce 3 tipi di formaggio, siano F1, F2, F3, combinando due tipi di latte, siano L1, L2.

In dettaglio:

:: per ottenere 1 u. di F1, servono 2 u. di L1 e 3 u. di L2; per ottenere 1 u. di F2, servono 5 u. di L1 e 0 u. di L2; per ottenere 1 u. di F3, servono 4 u. di L1 e 1 u. di L2;

:: la disponibilità di L1 e di L2 è rispettivamente di 2.000 u. e di 1.500 u.;

:: il ricavo per la produzione di 1 u. di F1, di F2, di F3 è rispettivamente di 20, 14, 30;

:: il costo per la produzione di 1 u. di F1, di F2, di F3 è rispettivamente di 12, 7, 10; in particolare, produrre almeno 1 u. di F3 comporta un costo fisso C [per l’acquisto di uno speciale macchinario].

Il problema è determinare quante unità di F1, di F2, di F3 rispettivamente produrre, con le risorse a disposizione, in modo da massimizzare il totale dei guadagni [uguale alla differenza fra il totale dei ricavi e il totale dei costi].

**2.** Spiegare qual è la differenza fra un problema di Programmazione Lineare (*PL*) e un problema di Programmazione Lineare Intera (*PLI*). Inoltre descrivere due situazioni reali/verosimili che possono essere modellate rispettivamente come problemi di PL e di PLI in cui la funzione obiettivo è da minimizzare [esplicitando tali modelli].

**3.** Determinare mediante l’algoritmo di Ford-Fulkerson un flusso massimo da *s* a *t* nel seguente grafo orientato dove accanto ad ogni arco è indicata la rispettiva capacità.



**IV appello – Ricerca operativa** 08.09.2016

**1.** Formulare in termini di programmazione lineare intera il seguente problema.

Una persona vuole fare una piccola dieta di una settimana avendo a disposizione un budget di 25 Euro. Per semplicità assumiamo che a tal fine la persona possa acquistare solo tre tipi di alimento, cioè Frutta (F), Latte (L), Uova (U), e che ci siano solo tre parametri di riferimento, cioè Grassi (G), Proteine (P), Vitamine (V).

In dettaglio:

:: da 1 u. di F, la persona trae 0 u. di G, 0 u. di P, 7 u. di V;

:: da 1 u. di L, la persona trae 1 u. di G, 1 u. di P, 2 u. di V;

:: da 1 u. di U, la persona trae 3 u. di G, 4 u. di P, 1 u. di V.

Inoltre:

:: il costo di 1 u. di F, di L, di U è rispettivamente 3 , 1 , 0,3;

:: la persona necessita di trarre dalla sua alimentazione almeno 12 u. di P e almeno 30 u. di V.

Ilproblema è decidere la quantità (in termini di u.) da acquistare per ciascun alimento, soddisfacendo il vincolo di budget e la necessità sopra espressa, al fine di minimizzare la quantità di (in termini di u.) di G che la persona trae dalla sua alimentazione.

**2.** Descrivere brevemente il *problema dei trasporti* e formularlo in termini di programmazione lineare (intera). Inoltre considerare la variante del problema in cui ci sono dei “costi fissi”, cioè in cui effetuare un qualsiasi trasporto (non nullo) da una sorgente *i* a una destinazione *j* comporti un costo fisso *Kij* aggiuntivo (ad esempio per un pedaggio), e formulare tale variante del problema in termini di programmazione lineare (intera).

**3.** Descrivere brevemente il*problema di localizzazione di impianti* e formularlo in termini di programmazione lineare (intera). Inoltre determinare una soluzione “greedy” per l’istanza del problema riportata di seguito:

matrice *cij*

impianti

1 2 3 4

1 2 0 4 5

clienti 2 3 5 0 3

3 0 1 4 2

4 1 0 2 7

vettore *dj* : 3 7 7 2