Esercizi: Formulare in termini di programmazione lineare (intera) i seguenti problemi

P1. La Protezione Civile sta organizzando dei soccorsi da portare a 8 diverse zone, siano 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, devastate da un cataclisma. Ci sono a disposizione 7 squadre di soccorso, siano A, B, C, D, E, F, G. Ogni squadra può soccorrere solo una zona. Inoltre, ogni squadra è adeguata solo per alcune zone, a seconda dei danni provocati dal cataclisma nelle varie zone. In particolare:
A è adeguata solo 3, 5, 6, 8;
B solo 3, 7;
C solo 2, 3, 7;
D solo 2, 4;
E solo 1, 3, 4, 5, 6, 7;
F solo 1, 4, 5;
G solo 3, 8.
Il problema è soccorrere il maggior numero di zone in modo adeguato.
(Nota: tale problema è equivalente a massimizzare il numero di abbinamenti compatibili)

P2. Una multinazionale decide di aprire nuove filiali, avendo a disposizione un budget pari a 15. In particolare, c'è la possibilità di scegliere fra 7 potenziali filiali, siano A, B, C, D, E, F, G. Ognuna di tale potenziale filiale richiede un costo di avvio, come di seguito: $c_A = 7$, $c_B = 5$, $c_C = 3$, $c_D = 9$, $c_E = 4$, $c_F = 8$, $c_G = 10$. D'altro canto, si stima che ognuna di esse possa garantire dopo un anno un profitto, come di seguito: $p_A = 4$, $p_B = 5$, $p_C = 7$, $p_D = 8$, $p_E = 3$, $p_F = 5$, $p_G = 9$. Si intende che una filiale non può essere aperta parzialmente (cioè, o una filiale si apre oppure no). Il problema è scegliere quali filiali aprire in modo da massimizzare la somma dei profitti dopo un anno.

P3. Una manifattura che lavora tabacco desidera produrre due tipi di sigari: uno di qualità elevata (Originale), l'altro di qualità media (Antico). Il profitto che l'azienda presume di trarre dalla produzione di 1 unità di sigaro Originale è 10, mentre dalla produzione di 1 unità di sigaro Antico è 5. Tale produzione necessita di una particolare combinazione di due tipi di tabacco, diciamo di tipo A e di tipo B rispettivamente. Per produrre 1 unità di sigaro Originale, si ha bisogno di 7 unità di tabacco di tipo A, e di 3 unità di tabacco di tipo B. Per produrre 1 unità di sigaro Antico, si ha bisogno di 2 unità di tabacco di tipo A, e di 8 unità di tabacco di tipo B. Infine, la manifattura ha a disposizione 1000 unità di tabacco di tipo A e 2400 unità di tabacco di tipo B. Il problema è determinare le quantità di Originale e di Antico da produrre in modo da massimizzare il profitto totale.

P4. Quattro concessionarie, siano A, B, C, D, rimangono sprovviste di autovetture di un certo tipo (a causa di un blocco ferroviario). Si può ovviare a tale imprevisto rifornendo tali concessionarie da altre due concessionarie vicine, che hanno a disposizione (in giacenza) quel tipo di autovetture. Tali concessionarie hanno a disposizione rispettivamente 8 e 15 autovetture. Le concessionarie A, B, C, D hanno bisogno rispettivamente di 3, 4, 7, 2 autovetture. La consegna di ogni singola autovettura dal concessionario i = 1, 2 al concessionario j = A, B, C, D richiede un costo c_{ij}. In dettaglio: $c_{1A} = 4$; $c_{1B} = 4$; $c_{1C} = 5$; $c_{1D} = 5$; $c_{2A} = 2$; $c_{2B} = 7$; $c_{2C} = 5$; $c_{2D} = 7$. Il problema è pianificare le consegne ai concessionari A, B, C, D, in modo da minimizzare il costo totale.

P5. Il lavoro di una certa ditta consiste nel ricavare tre materie prime, siano A, B, C, decomponendo il materiale che essa estrae da due cave, siano cava 1 e cava 2. In particolare:
da 1 unità di materiale estratto dalla cava 1, la ditta ricava 5 u. di A, 3 u. di B, 0 u. di C;
da 1 unità di materiale estratto dalla cava 2, la ditta ricava 3 u. di A, 2 u. di B, 3 u. di C.
Il costo di estrazione di 1 unità di materiale dalla cava 1 è 30.
Il costo di estrazione di 1 unità di materiale dalla cava 2 è 40.
Il piano di produzione richiede che vengano ricavati almeno 70 u. di A, 40 u. di B, 20 u. di C.
Il problema è determinare il numero di unità di materiale da estrarre rispettivamente dalla cava 1 e dalla cava 2 in modo da minimizzare il costo totale (soddisfacendo il piano di produzione).

P6. Una persona riceve in eredità cinque ville. In generale pensa di venderle, ma vuole tenerne per sé un certo sottoinsieme S tale che: almeno una delle ville in S stia al mare; almeno una delle ville in S stia in un posto tranquillo; almeno una delle ville in S stia vicino a un ospedale; almeno una delle ville in S sia verde.
La situazione è la seguente:
Villa 1: non al mare; non in posto tranquillo; vicino ospedale; verde;
Villa 2: non al mare; in posto tranquillo; vicino ospedale; non verde;
Villa 3: al mare; non in posto tranquillo; non vicino ospedale; verde;
Villa 4: al mare; in posto tranquillo; non vicino ospedale; non verde.
Villa 5: al mare; non in posto tranquillo; vicino ospedale; non verde.
Il problema è massimizzare il numero delle ville da vendere.
(Nota: tale problema è equivalente a minimizzare il numero delle ville da tenere)

P7. Una TV privata vuole decidere il palinsesto delle sue trasmissioni per una delle prossime settimane, focalizzando in particolare sui programmi di prima serata. Ci sono a disposizione 10 programmi: quindi la TV privata vuole determinare, per ognuna delle 7 sere della settimana, quale programma mandare in onda (si intende che ogni programma può andare in onda solo una sera). Ogni programma i, se messo in onda, comporta un costo c_i, per $i = 1, \ldots, 10$ (per la realizzazione, per l'acquisto dall'esterno, …). In base a contatti già presi con vari sponsor, la TV privata stima che se il programma i andrà in onda la sera j allora otterrà (grazie agli sponsor) un ricavo r_{ij}, per $i = 1, \ldots, 10$ e per $j = 1, \ldots, 7$. Il problema è determinare, per ognuna delle 7 sere della settimana, quale programma mandare in onda in modo da massimizzare il profitto totale (dato da ricavo totale meno costo totale).

Soluzioni

P1. Riconducibile a “matching”

P2. Riconducibile a “riempimento”

P3. Riconducibile a “combinando risorse”

P4. Riconducibile a “trasporti”

P5. Riconducibile a “decomponendo risorse”

P6. Riconducibile a “covering”

P7. Riconducibile a “assegnamento”.

Esercizi: Formulare in termini di programmazione lineare (intera) i seguenti problemi

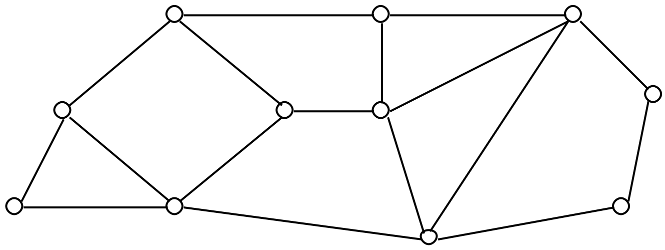
Q1. Un'azienda produce due prodotti, siano A e B. La produzione avviene mediante lavorazione sull'unica macchina M che l'azienda possiede: M può produrre solo 1 unità (di ogni prodotto) alla volta, e può lavorare al massimo 1500 ore in una settimana. Inoltre la produzione di ciascun prodotto richiede un certo quantitativo di prodotto grezzo P, che l'azienda possiede in quantità di 1200 unità.
Per produrre 1 unità di A c'è bisogno di 5 ore di lavorazione di M e di 4 unità di P. Per produrre 1 unità di B c'è bisogno di 4 ore di lavorazione di M e di 3 unità di P. Inoltre l'azienda: (i) riguardo A, vuole che se ne producano almeno 100 unità ma non più di 250 unità; (ii) riguardo B, vuole che, nel caso in cui se ne produca qualcosa, se ne producano almeno 100 unità. Il profitto che l'azienda trae dalla produzione di 1 unità di A è 25, mentre il profitto che trae dalla produzione di 1 unità di B è 15.
Il problema è determinare le unità di A e B da produrre in modo da massimizzare il totale dei profitti in una settimana.

Q2. Il Comune di una città ha bandito 4 appalti, siano A, B, C, D (per rispettivi 4 lavori). In città ci sono 7 ditte, siano 1, 2, …, 7. Ogni ditta i, per i = 1, 2, …, 7, presenta un preventivo di spesa s_{ij} per ogni appalto j, per j = A, B, C, D. Per motivi precauzionali/legislativi, il Comune non vuole/può assegnare più di 2 appalti a una stessa ditta.
Il problema è determinare a quale ditta assegnare ogni appalto, in modo da minimizzare il totale delle spese.

Q3. Una ditta farmaceutica produce vitamine B e C, estraendole da tre tipi di alimento, siano A1, A2, A3. Da 1 unità di A1, si estraggono 3 u. di B, e 2 u. di C. Da 1 unità di A2, si estraggono 2 u. di B, e 3 u. di C. Da 1 unità di A3, si estraggono 1 u. di B, e 5 u. di C. Tali tipi di alimento sono da acquistare. Acquistare A1 e A2 è semplice (basta recarsi vicino la ditta) e il loro costo unitario è rispettivamente 3 e 4. Acquistare A3 è complicato, nel senso che: il costo unitario è 2, però nel caso di acquisto (maggiore di 0 unità), bisogna acquistarne almeno 30 unità e bisogna pagare un costo fisso pari a 200 per il trasporto. La ditta deve produrre almeno 150 unità di vitamina B, e almeno 300 unità di vitamina C.
Il problema è determinare quante unità di A1, A2, A3 acquistare in modo da minimizzare il totale dei costi.

Q4. Un'agenzia di collocamento riceve una mattina via email un insieme M di m richieste di lavoro. Nel suo database ci sono n persone. Ogni persona i, per i = 1, …, n, può essere collocata solo per 1 lavoro nell'ambito di un certo sottoinsieme M_i di M (cioè M_i è il sottoinsieme dei lavori in M che la persona i saprebbe svolgere).
Il problema è collocare più persone possibili, cioè, massimizzare il numero di accoppiamenti compatibili persona/lavoro [suggerimento: definire un insieme di coppie compatibili].

Q5. In un museo bisogna istallare delle telecamere in modo che tutti i corridoi siano visualizzati. Nel grafo $G = (V, E)$ sottostante [V è l'insieme dei nodi, E è l'insieme degli archi] ogni arco rappresenta un corridoio, e ogni nodo il punto di incrocio fra i corridoi che incidono su di esso. Istallando una telecamera su un nodo, si visualizzano tutti e soltanto gli archi che incidono su di esso.
Il problema è determinare i nodi su cui istallare le telecamere, garantendo tutti gli archi siano visualizzati, in modo da istallare il minor numero possibile di telecamere.
[per ogni arco e di G, si può indicare con $V(e)$ l'insieme (cioè la coppia) dei nodi che lo formano: allora posizionando una telecamera su un nodo v di G, si visualizzano tutti e soltanto gli archi e tali che $v \in V(e)$].



Q6. Una casa automobilistica ha 3 impianti di produzione, uno in Italia (I), uno in Polonia (P), uno in Slovenia (S). La casa automobilistica produce 4 tipi di autovetture, siano 1, 2, 3, 4. Ciascun impianto può produrre indifferentemente ognuno di questi tipi di autovetture. In generale si stima che ogni impianto (in un anno) possa produrre al più rispettivamente d_I, d_P, d_S, autovetture (indipendentemente dal tipo di autovetture). D'altro canto si stima che (in un anno) debbano essere prodotte rispettivamente r_1, r_2, r_3, r_4 autovetture di tipo 1, 2, 3, 4. Il costo per produrre in un impianto i (per i = I, P, S) 1 autovettura di tipo j (per j = 1, 2, 3, 4) è c_{ij}. Inoltre tenere aperto ognuno di questi impianti (in un anno) costa rispettivamente C_I, C_P, C_S [nota: un impianto è da tenere aperto solo se vi si produce almeno 1 autovettura di un qualunque tipo].
Il problema è determinare la produzione in ciascun stabilimento di ciascuna autovettura, in modo da minimizzare il totale dei costi (in un anno).

Q7. Una ditta ha la possibilità di effettuare degli investimenti, da scegliere fra n possibili investimenti. Ciascun investimento $i = 1, \ldots, n$, è finanziabile in due anni, diciamo anno 1 e anno 2, cioè investire in i significa dover versare una somma a_{i1} all'inizio dell'anno 1 e una somma a_{i2} all'inizio dell'anno 2: poi, alla fine dell'anno 2, l'investimento i garantisce un profitto p_i. La ditta può investire una somma b_1 all'inizio dell'anno 1, e una somma b_2 all'inizio dell'anno 2 (tali disponibilità non consentono di effettuare tutti gli investimenti). Ogni investimento non può essere effettuato parzialmente, cioè o si effettua oppure no.
Il problema è scegliere gli investimenti da effettuare in modo da massimizzare il profitto totale alla fine dell'anno 2.

Soluzioni

Q1.

Variabili decisionali:

x_A = quantità prodotta di A

x_B = quantità prodotta di B

y_B variabile binaria

y_B = 1 se si produce qualcosa di B (cioè se $x_B > 0$)

y_B = 0 altrimenti (cioè se $x_B = 0$)

$$
\begin{aligned}
\max\ & 25x_A + 15x_B \\
& 5x_A + 4x_B \leq 1500 \\
& 4x_A + 3x_B \leq 1200 \\
& 100 \leq x_A \leq 250 \\
& x_B \leq My_B \quad \text{(dove M è uno scalare molto grande)} \\
& x_B \geq 100y_B \\
& x_A, x_B \geq 0 \\
& 0 \leq y_B \leq 1 \\
& y_B \ \underline{\text{intero}}
\end{aligned}
$$

Q2.

Variabili decisionali:

x_{ij} per $i = 1, \ldots, 7$ e $j = 1, \ldots, 4$

x_{ij} = 1 se l'appalto i è assegnato alla ditta j

x_{ij} = 0 altrimenti

$$
\begin{aligned}
\min\ & \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{4} s_{ij} x_{ij} \\
& \sum_{i=1}^{7} x_{ij} = 1 \qquad \text{per } j = 1, \ldots, 4 \\
& \sum_{j=1}^{4} x_{ij} \leq 2 \qquad \text{per } i = 1, \ldots, 7 \\
& 0 \leq x_{ij} \leq 1 \qquad \text{per } i = 1, \ldots, 7 \text{ e per } j = 1, \ldots, 4 \\
& x_{ij} \ \underline{\text{intero}} \qquad \text{per } i = 1, \ldots, 7 \text{ e per } j = 1, \ldots, 4
\end{aligned}
$$

Q3.

Variabili decisionali:

x_i = quantità di alimento Ai da acquistare, per i = 1, 2, 3

y_3 variabile binaria

y_3 = 1 se si acquista qualcosa di A3 (cioè se $x_3 > 0$)

y_3 = 0 altrimenti (cioè se $x_3 = 0$)

$$\begin{array}{ll}
\min & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 200y_3 \\
& 3x_1 + 2x_2 + \quad x_3 \geq 150 \\
& 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 300 \\
& x_3 \leq My_3 \quad \text{(dove M è uno scalare molto grande)} \\
& x_3 \geq 30y_3 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\
& 0 \leq y_3 \leq 1 \\
& y_3 \ \underline{\text{intero}}
\end{array}$$

Q4.

Sia F l'insieme delle coppie (i, j) *compatibili*, cioè, $F = \{(i, j) : i \in P_j \text{ e } j \in M_i\}$;

Variabili decisionali:

x_{ij} per ogni coppia $(i, j) \in F$

$x_{ij} = 1$ se la persona i è collocata per lavoro j

$x_{ij} = 0$ altrimenti

$$\begin{array}{lll}
\max & \sum_{(i,j)\in F} x_{ij} & \\
& \sum_{(i,j)\in F} x_{ij} \leq 1 & \text{per } i = 1, \ldots, n \\
& \sum_{(i,j)\in F} x_{ij} \leq 1 & \text{per } j = 1, \ldots, m \\
& 0 \leq x_{ij} \leq 1 & \text{per ogni } (i, j) \in F \\
& x_{ij} \ \underline{\text{intero}} & \text{per ogni } (i, j) \in F
\end{array}$$

Q5.

Variabili decisionali:

x_v per ogni nodo v di G.

$x_v = 1$ se sul nodo v è istallata una telecamera

$x_i = 0$ altrimenti.

$$\begin{array}{lll}
\min & \sum_{v\in V} x_v & \\
& \sum_{v\in V(e)} x_v \geq 1 & \text{per ogni arco } e \text{ di } G \\
& 0 \leq x_v \leq 1 & \text{per ogni nodo } v \text{ di } G \\
& x_v \ \underline{\text{intero}} & \text{per ogni nodo } v \text{ di } G
\end{array}$$

Q6.

Variabili decisionali: x_{ij} per ogni i = I, P, S e $j = 1, \ldots, 4$;

x_{ij} indica la quantità di autovetture di tipo j prodotte nello stabilimento i

y_i variabile binaria, per i = I, P, S

$y_i = 1$ se nello stabilimento i si produce qualcosa (cioè se $\sum_{j=1}^{4} x_{ij} > 0$)

$y_i = 0$ altrimenti (cioè se $\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = 0$)

$$\min \sum_{i=I,P,S} \sum_{j=1}^{4} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=I,P,S} C_i y_i$$

$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} \le d_i$ per i = I, P, S

$\sum_{i=I,P,S} x_{ij} \ge r_j$ per $j = 1, \ldots, 4$

$x_{ij} \ge 0$ per i = I, P, S e $j = 1, \ldots, 4$;

x_{ij} intero per i = I, P, S e $j = 1, \ldots, 4$;

$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} \le \mathrm{M} y_i$ per i = I, P, S (dove M è uno scalare molto grande)

$0 \le y_i \le 1$ per i = I, P, S

y_i intero per i = I, P, S

Q7.

Variabili decisionali:

x_i per $i = 1, \ldots, n$

$x_i = 1$ se l'investimento i è effettuato

$x_i = 0$ altrimenti

$$\max \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

$\sum_{i=1}^{n} a_{i1} x_i \le b_1$

$\sum_{i=1}^{n} a_{i2} x_i \le b_2$

$0 \le x_i \le 1$ per $i = 1, \ldots, n$

x_i intero per $i = 1, \ldots, n$

Esercizi: Formulare in termini di programmazione lineare (intera) i seguenti problemi

I seguenti tre problemi, per i quali non sono riportate le soluzioni, sono legati a problemi reali (ad esempio, il problema dell'Assedio è legato al fatto che sembra che nella Seconda Guerra Mondiale gli Anglo-Americani abbiano usato la programmazione matematica, in particolare durante l'assedio navale subito dagli Inglesi da parte dei Tedeschi nella prima parte della guerra) e sono introdotti come possibile approfondimento.

R1 *Assedio*

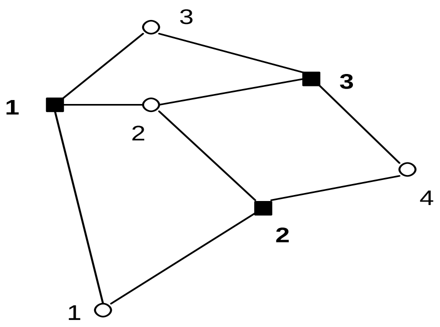
Durante una guerra una città di 25.000 abitanti viene posta sotto assedio dai suoi nemici. Ci si pone il problema di razionare la distribuzione di cibo. Le riserve alimentari sono composte da 3 alimenti, R, S, T, in quantità rispettivamente pari a 7.500.000, 5.000.000 e 12.000.000 unità. Si stima che per sopravvivere ogni persona abbia bisogno di 3 princìpi alimentari, diciamo A, B, C, in quantità giornaliera pari ad almeno 30, 25, 70 unità:

da 1 unità di R, si ottengono 2 u. di A, 1 u. di B, 10 u. di C;
da 1 unità di S, si ottengono 10 u. di A, 4 u. di B, 15 u. di C;
da 1 unità di T, si ottengono 7 u. di A, 12 u. di B, 0 u. di C.

Il problema è determinare una gestione ottimale di distribuzione degli alimenti in modo da garantire la sopravvivenza il maggior numero di giorni (in altri termini: il problema è calcolare quanti giorni al più la città può resistere garantendo una distribuzione di cibo necessaria per la sopravvivenza).

R2 (prima versione) *Magazzini*

In una rete di distribuzione (già attiva) di un certo bene, formata da magazzini che riforniscono negozi, si vuole studiare la possibilità di ridurre il numero dei magazzini così da confermarne (attivi) solo alcuni. Per vari motivi, non tutti i magazzini possono rifornire tutti i negozi. In figura, i magazzini sono quadrati neri, i negozi sono tondi bianchi, e la presenza di un arco indica la possibilità di rifornimento da un magazzino a un negozio.



Problema 1: Il problema è scegliere quali magazzini confermare, in modo da minimizzare il totale dei magazzini confermati, garantendo che ogni negozio possa rifornirsi.

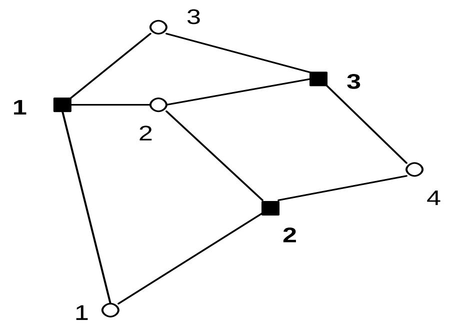
Variante del Problema 1: Nelle ipotesi del problema precedente, si assuma che:
:: confermare un magazzino i comporti un costo C_i.
Il problema è scegliere quali magazzini confermare, in modo da minimizzare il totale dei costi per la conferma dei magazzini, garantendo che ogni negozio possa rifornirsi.

Problema 2: Si assuma che:
:: confermare un magazzino i comporti un costo C_i;
:: ogni magazzino i abbia una capacità di rifornimento mensile pari a d_i;
:: ogni negozio j abbia una richiesta mensile pari a r_j.
Il problema è scegliere quali magazzini confermare, in modo da minimizzare il totale dei costi per la conferma dei magazzini, garantendo che ogni negozio possa rifornirsi e che sia rifornito mensilmente secondo la sua richiesta.

Variante del Problema 2: Nelle ipotesi del problema precedente, si assuma che:
:: il rifornimento mensile dal magazzino i al negozio j comporti un costo unitario pari a c_{ij}.
Il problema è scegliere quali magazzini confermare e pianificare i trasporti dai magazzini confermati ai negozi, in modo da minimizzare il totale dei costi per la conferma dei magazzini e dei costi per il trasporto su un orizzonte temporale di 40 mesi, garantendo che ogni negozio possa rifornirsi e che sia rifornito mensilmente secondo la sua richiesta.

R2 (seconda versione) *Aiuti umanitari*

Un'organizzazione umanitaria vuole attivare dei centri di smistamento, al fine di rifornire alcuni villaggi, avendo a disposizione dei potenziali centri. Per vari motivi, non tutti i potenziali centri possono rifornire tutti i villaggi. In figura, i potenziali centri sono quadrati neri, i villaggi sono tondi bianchi, e la presenza di arco indica la possibilità di rifornimento da un potenziale centro a un villaggio.



Problema 1: Il problema è scegliere quali centri attivare, in modo da minimizzare il totale dei centri attivati, garantendo che ogni villaggio possa rifornirsi.

Variante del Problema 1: Nelle ipotesi del problema precedente, si assuma che:
:: attivare un centro i comporti un costo C_i.
Il problema è scegliere quali centri attivare, in modo da minimizzare il totale dei costi per l'attivazione dei centri, garantendo che ogni villaggio possa rifornirsi.

Problema 2: Si assuma che:
:: attivare un centro i comporti un costo C_i;
:: ogni centro i abbia una capacità di rifornimento mensile pari a d_i;
:: ogni villaggio j abbia una richiesta mensile pari a r_j.
Il problema è scegliere quali centri attivare, in modo da minimizzare il totale dei costi per l'attivazione dei centri, garantendo che ogni villaggio possa rifornirsi e che sia rifornito mensilmente secondo la sua richiesta.

Variante del Problema 2: Nelle ipotesi del problema precedente, si assuma che:
:: il rifornimento mensile dal centro i al villaggio j comporti un costo unitario pari a c_{ij}.
Il problema è scegliere quali centri attivare e pianificare i trasporti dai centri attivati ai villaggi, in modo da minimizzare il totale dei costi per l'attivazione dei centri e dei costi per il trasporto su un orizzonte temporale di 40 mesi, garantendo che ogni villaggio possa rifornirsi e che sia rifornito mensilmente secondo la sua richiesta.

R3 *Spesa settimanale*

Una persona per fare la spesa frequenta una volta alla settimana uno dei seguenti tre supermarket a seconda di come capita: AAA, BBB, CCC. Questa settimana però la persona vuole operare in modo da minimizzare il costo complessivo per fare la spesa. La lista dei prodotti da comprare, con i relativi prezzi unitari per ogni supermarket, è riportata nella seguente tabella:

	AAA (prezzo unitario)	BBB (prezzo unitario)	CCC (prezzo unitario)
Pomodoro: 2 unità	2,80	3,00	3,50
Mozzarella: 4 unità	1,50	1,60	1,70
Pasta: 5 unità	0,80	0,80	0,90
Minestrone: 2 unità	2,50	3,20	3,80
Vino: 2 unità	4,50	4,30	4,20

Bisogna considerare anche i seguenti rispettivi costi fissi (che sintetizzano i costi in termine di tempo e di utilizzo eventuale dell’automobile): recarsi presso AAA comporta un costo di 4,00, recarsi presso BBB comporta un costo di 2,50, recarsi presso CCC comporta un costo di 0,50.

Il problema è come operare, cioè specificare cosa acquistare in ogni supermarket, al fine di minimizzare il costo complessivo per fare la spesa.