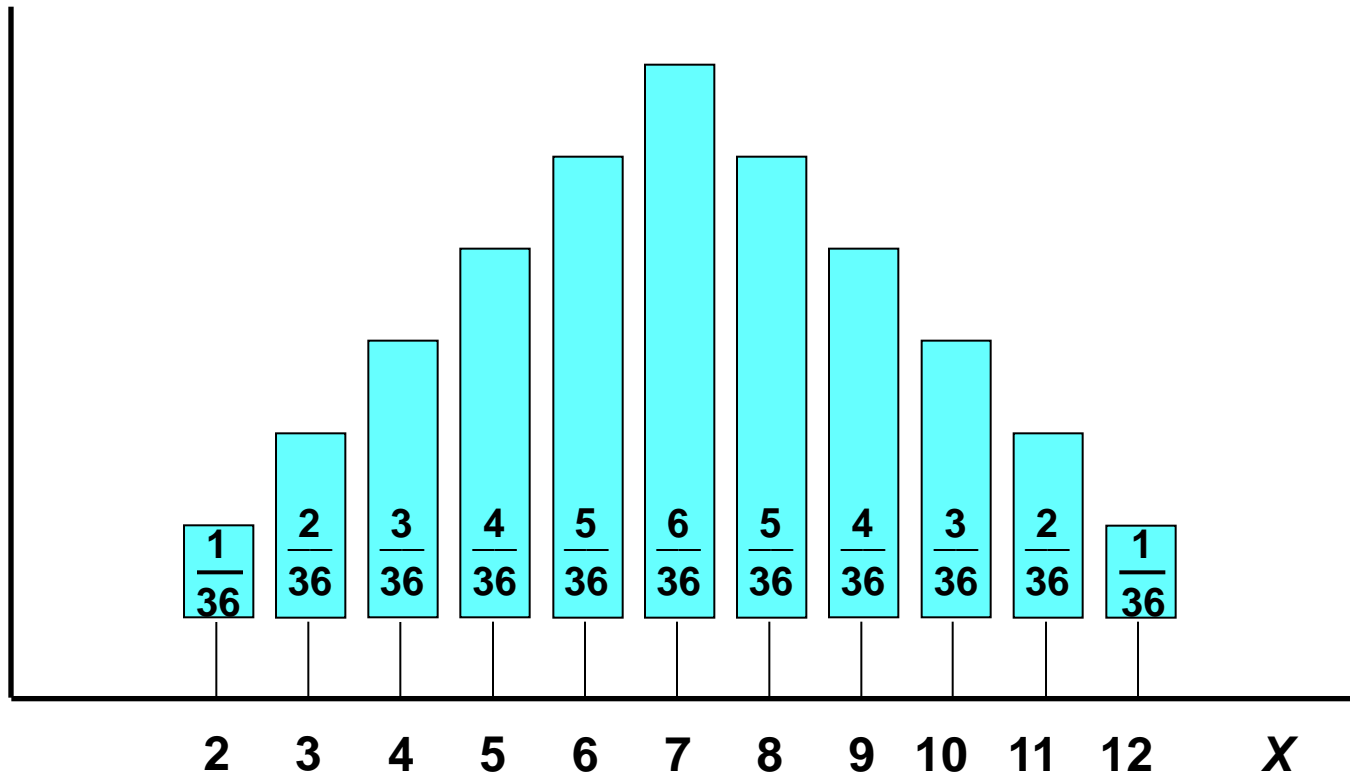


# VARIABILI CASUALI CONTINUE

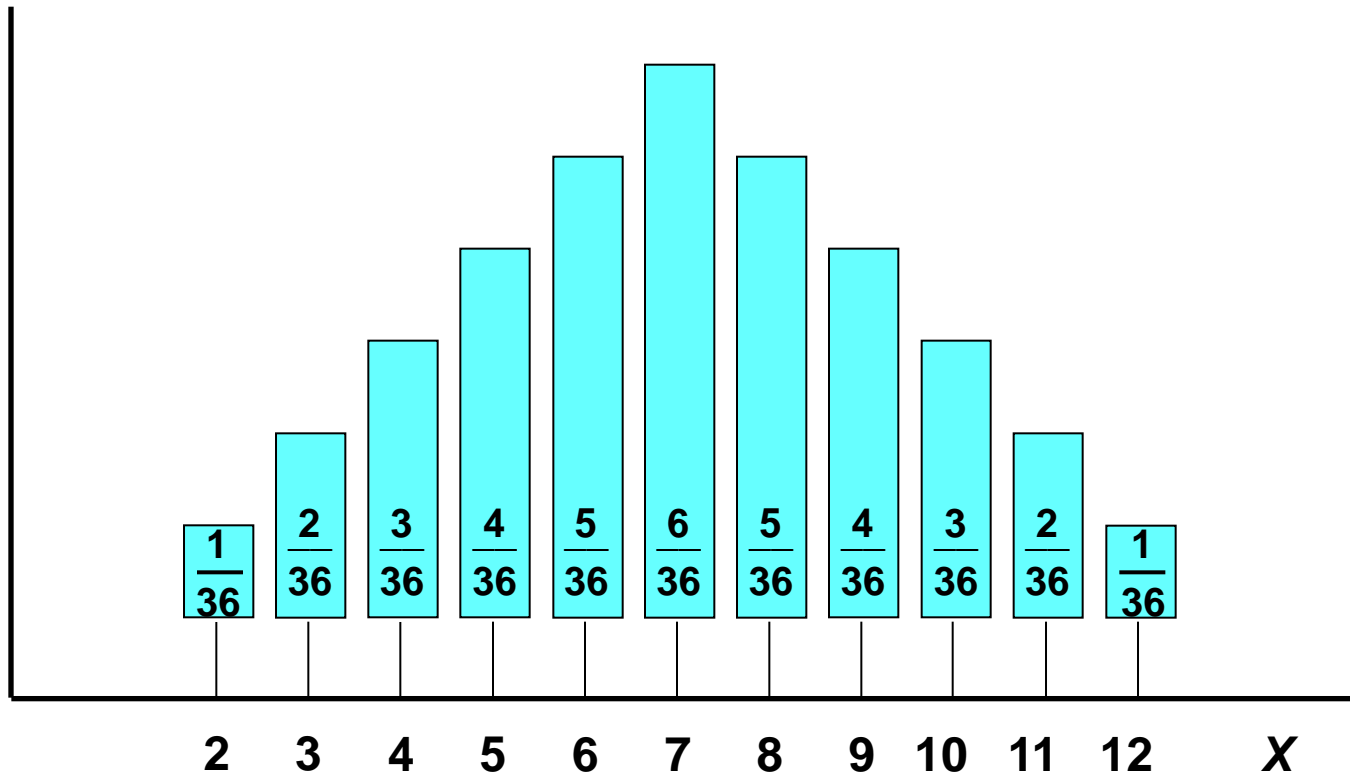
probabilità



Una variabile casuale discreta è quella che può assumere solo un insieme numerabile di valori finiti. Un esempio è la somma dei numeri di due dadi.

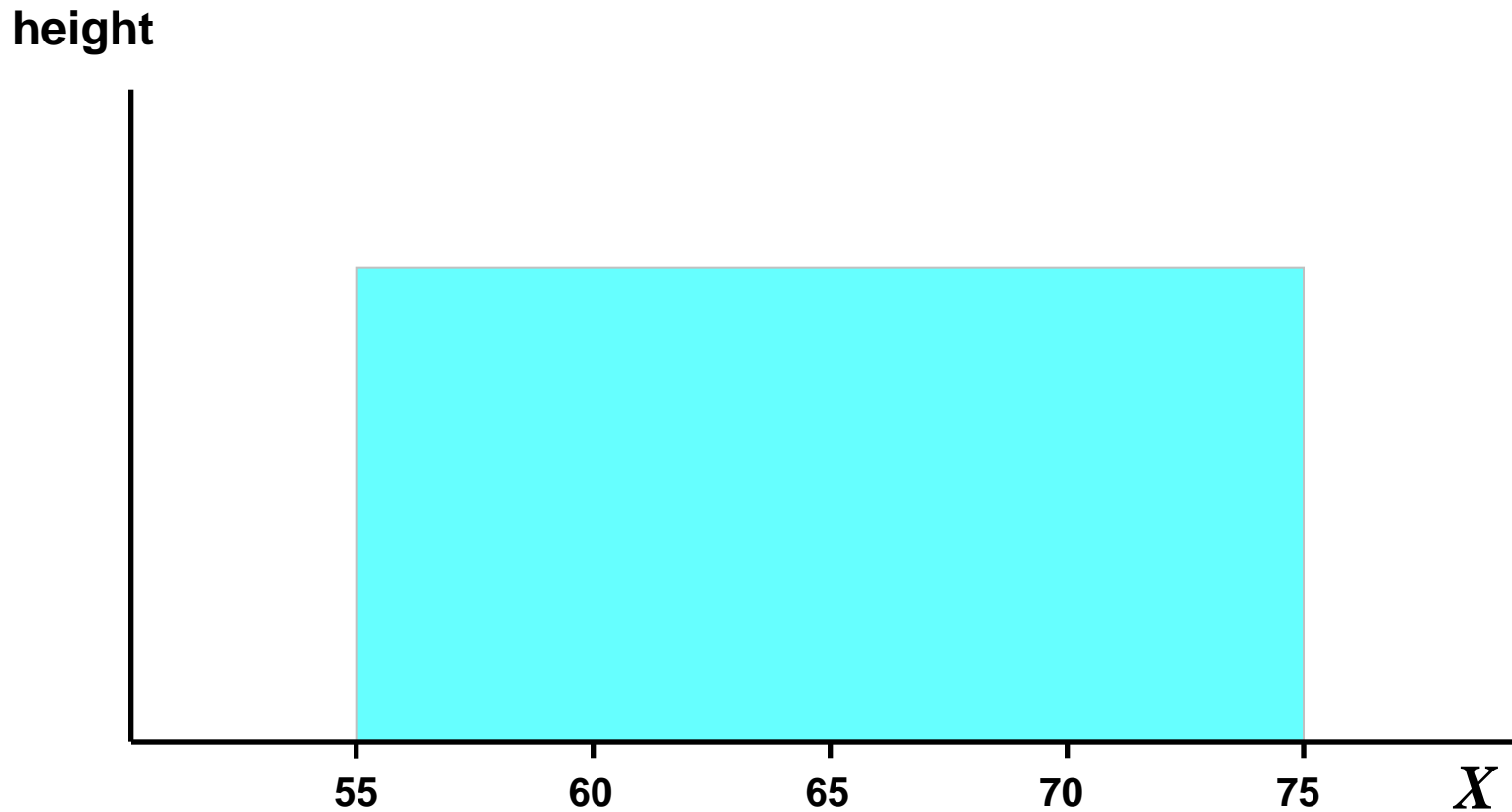
# VARIABILI CASUALI CONTINUE

probabilità



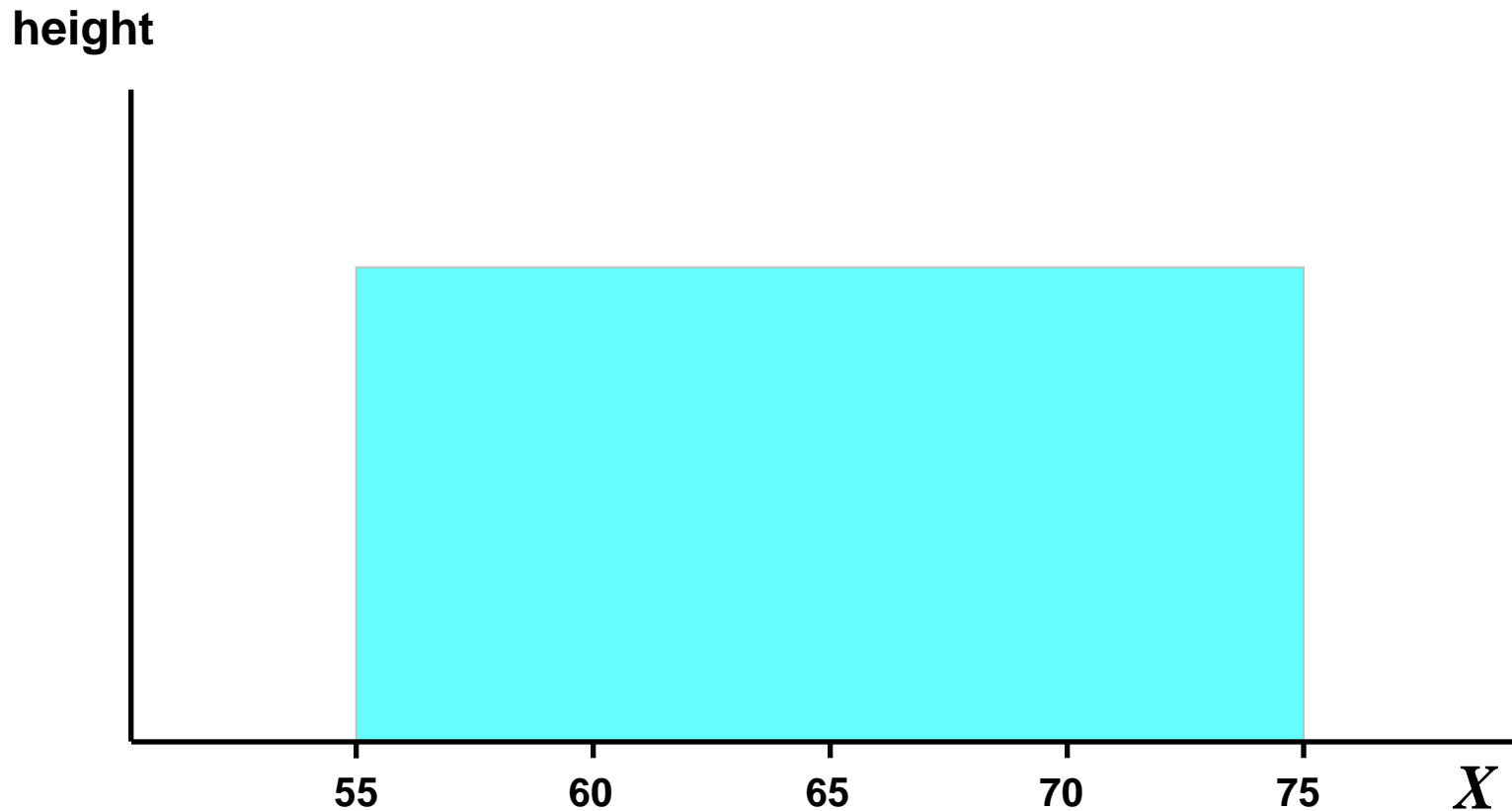
Ad ogni valore viene associata una probabilità. La somma delle probabilità deve essere uguale a 1.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE



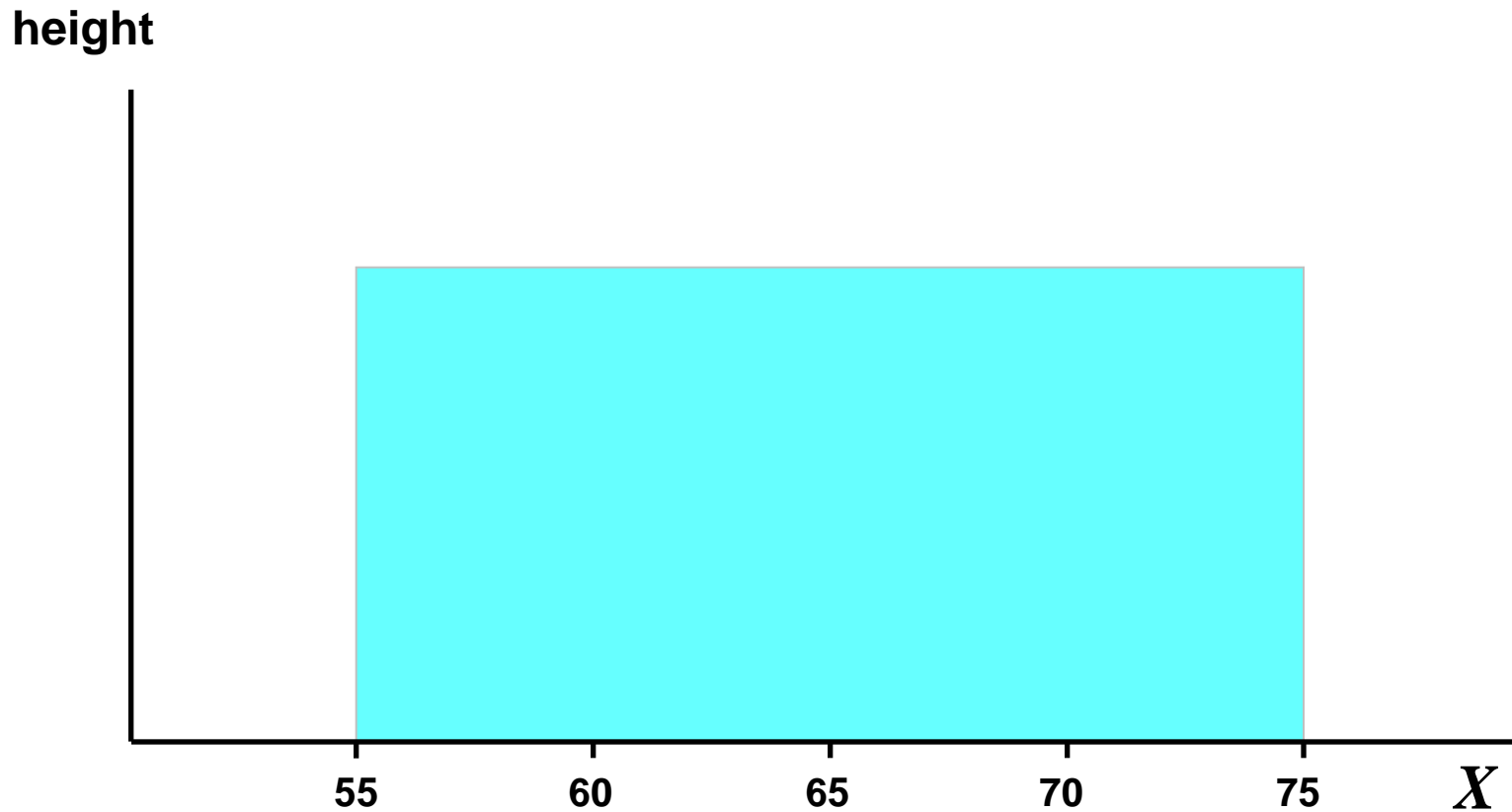
**Comunque, molte variabili casuali che si riscontrano in econometria sono continue. Esse possono assumere un insieme infinito di valori definiti all'interno di un range .**

## VARIABILI CASUALI CONTINUE



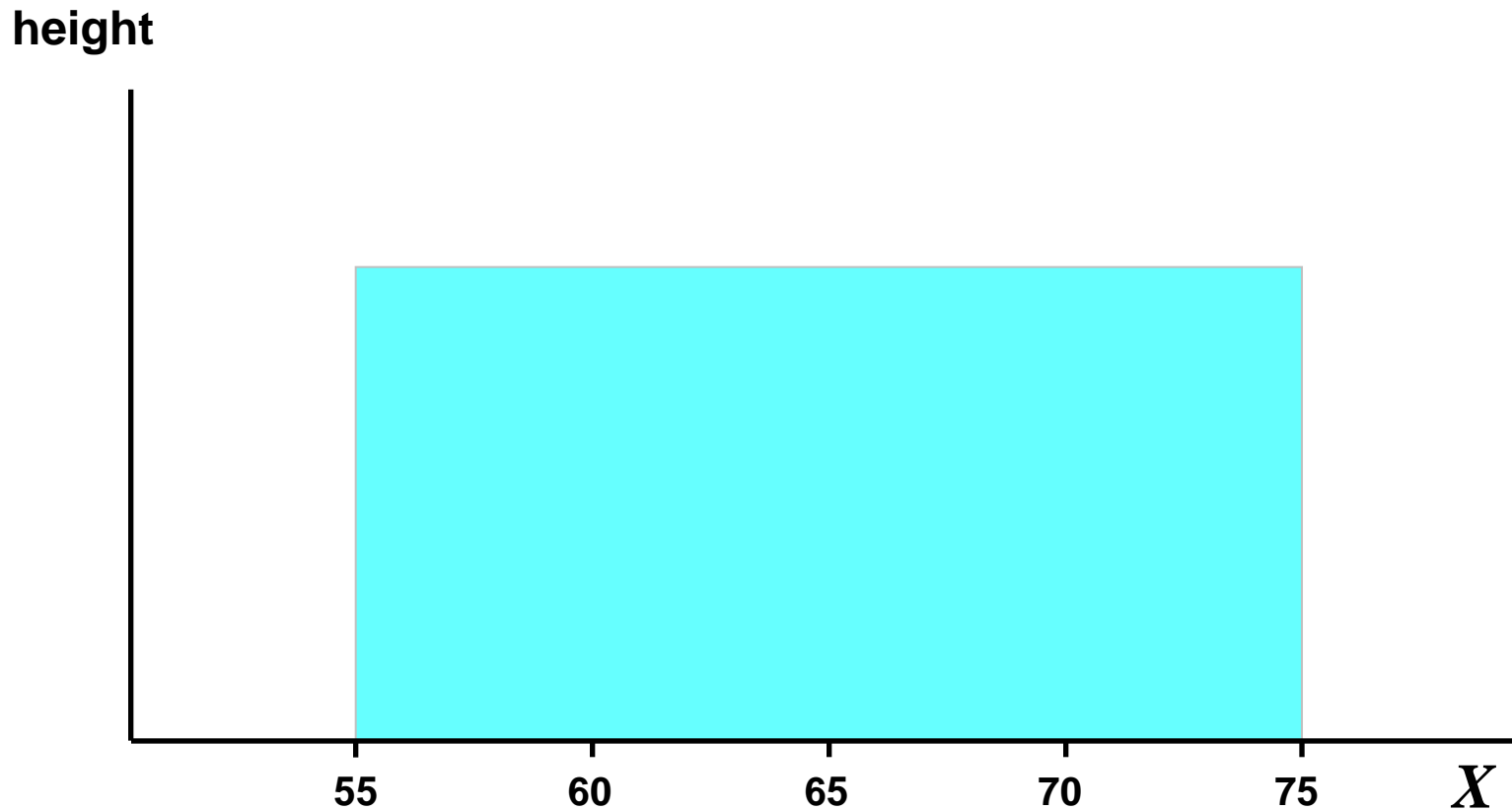
Come esempio, prendiamo la temperatura in una stanza. Assumiamo che essa può assumere qualsiasi valore compreso tra 55 e 75 gradi Fahrenheit (in Celsius  $[F-32]/1.8$ ) con uguale probabilità.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE



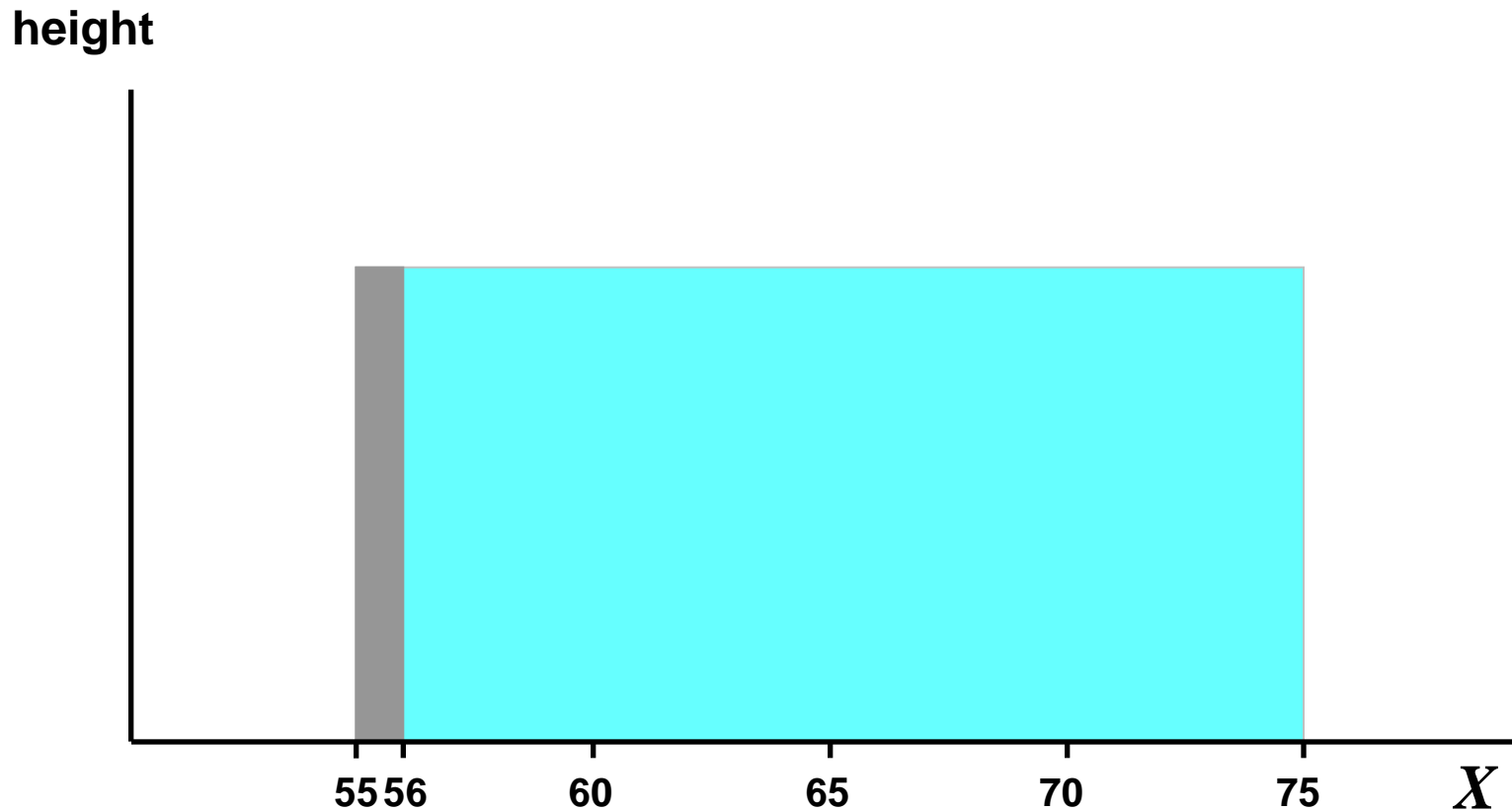
**Nel caso di una variabile casuale continua, la probabilità di essere uguale ad un particolare valore (per esempio, temperatura uguale a 55.473927) è sempre infinitesimale.**

## VARIABILI CASUALI CONTINUE



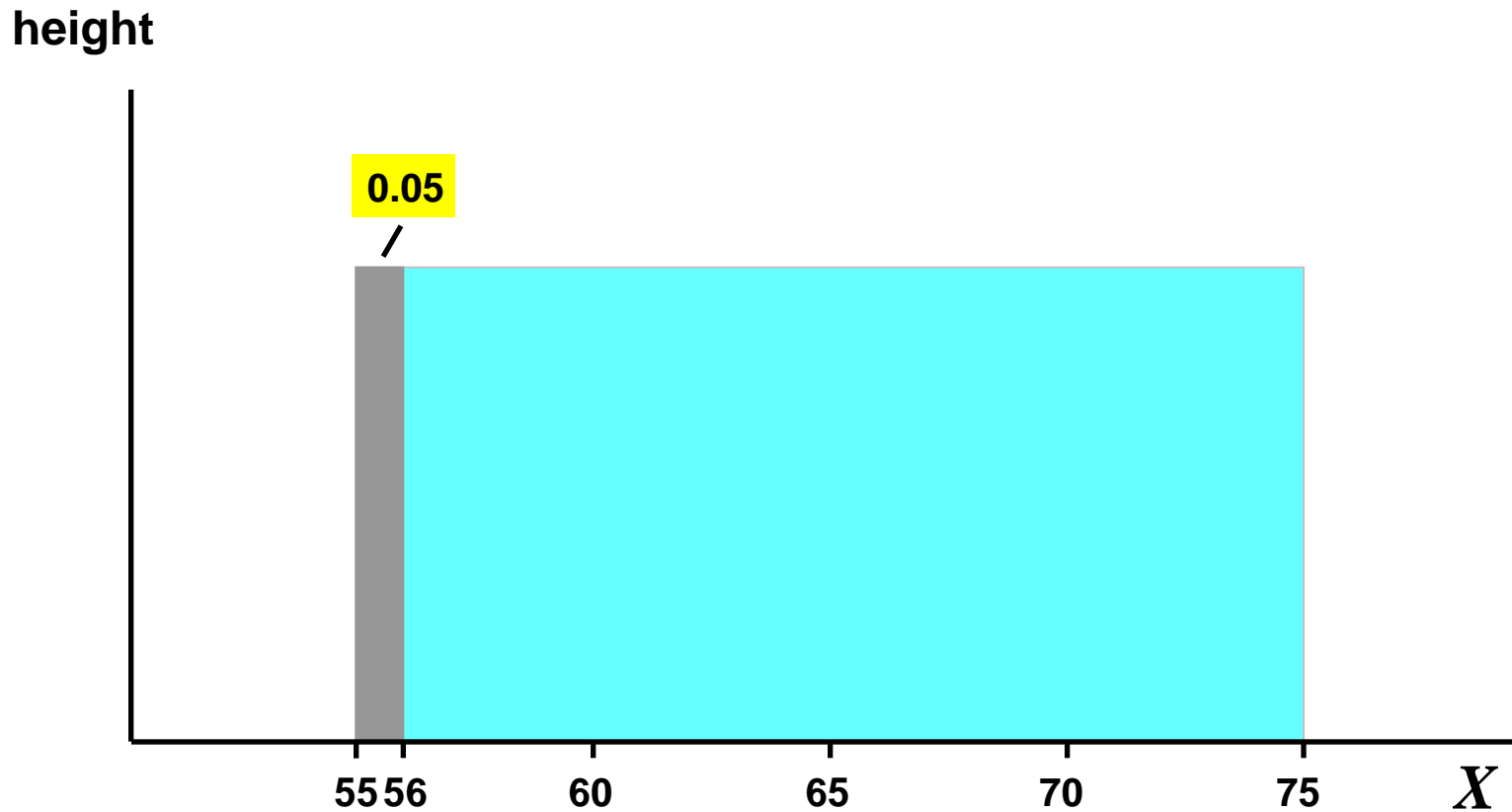
**Per questo motivo si deve parlare di densità di probabilità di una v.c. continua tra due dati valori. La densità viene rappresentata come area.**

## VARIABILI CASUALI CONTINUE



Per esempio, si potrebbe misurare la probabilità della temperatura compresa tra 55 e 56.

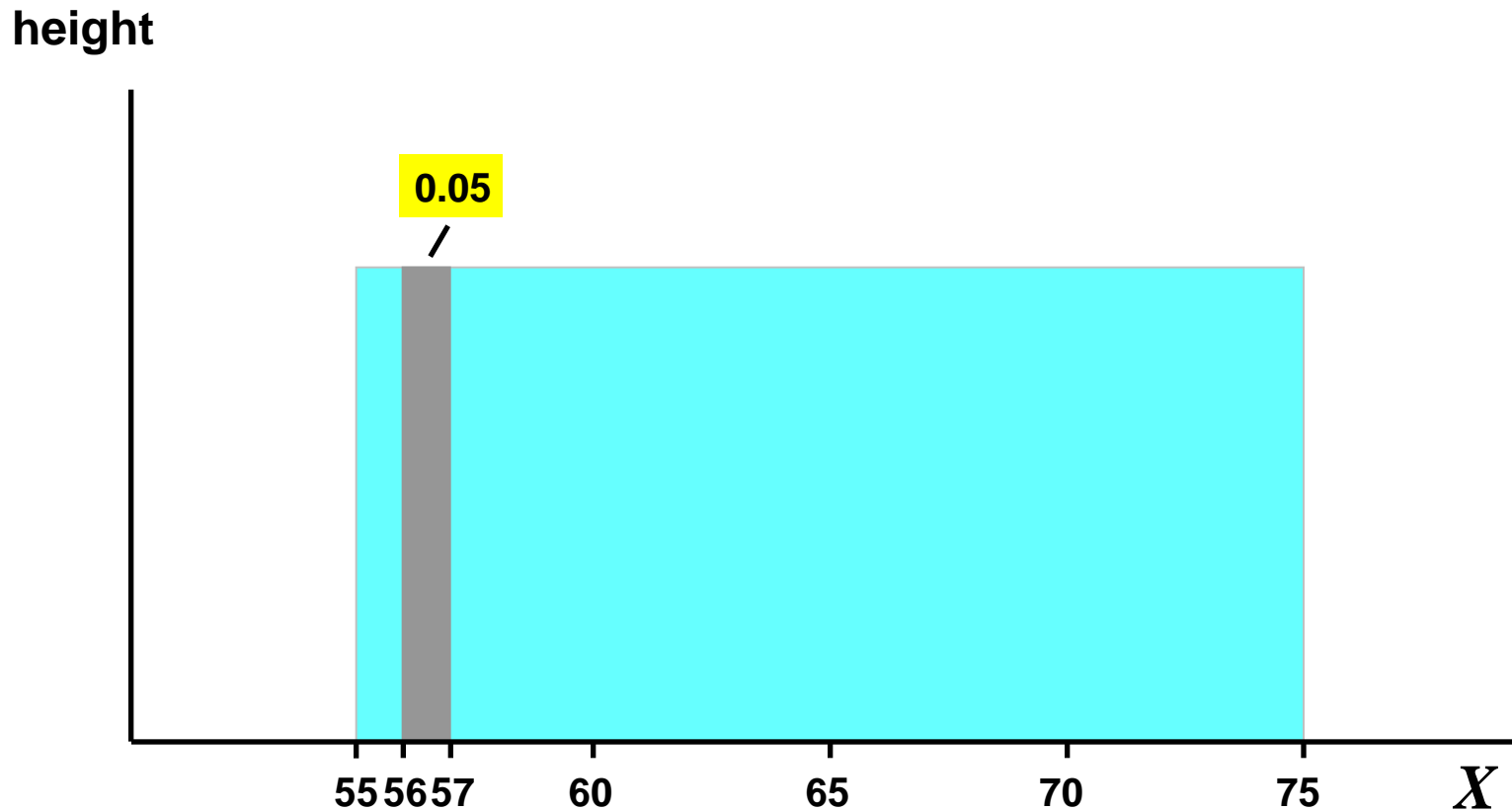
# VARIABILI CASUALI CONTINUE



L'area compresa tra 55 e 56 è uguale a 0.05 ottenuta come  $1/(75-55)$ .

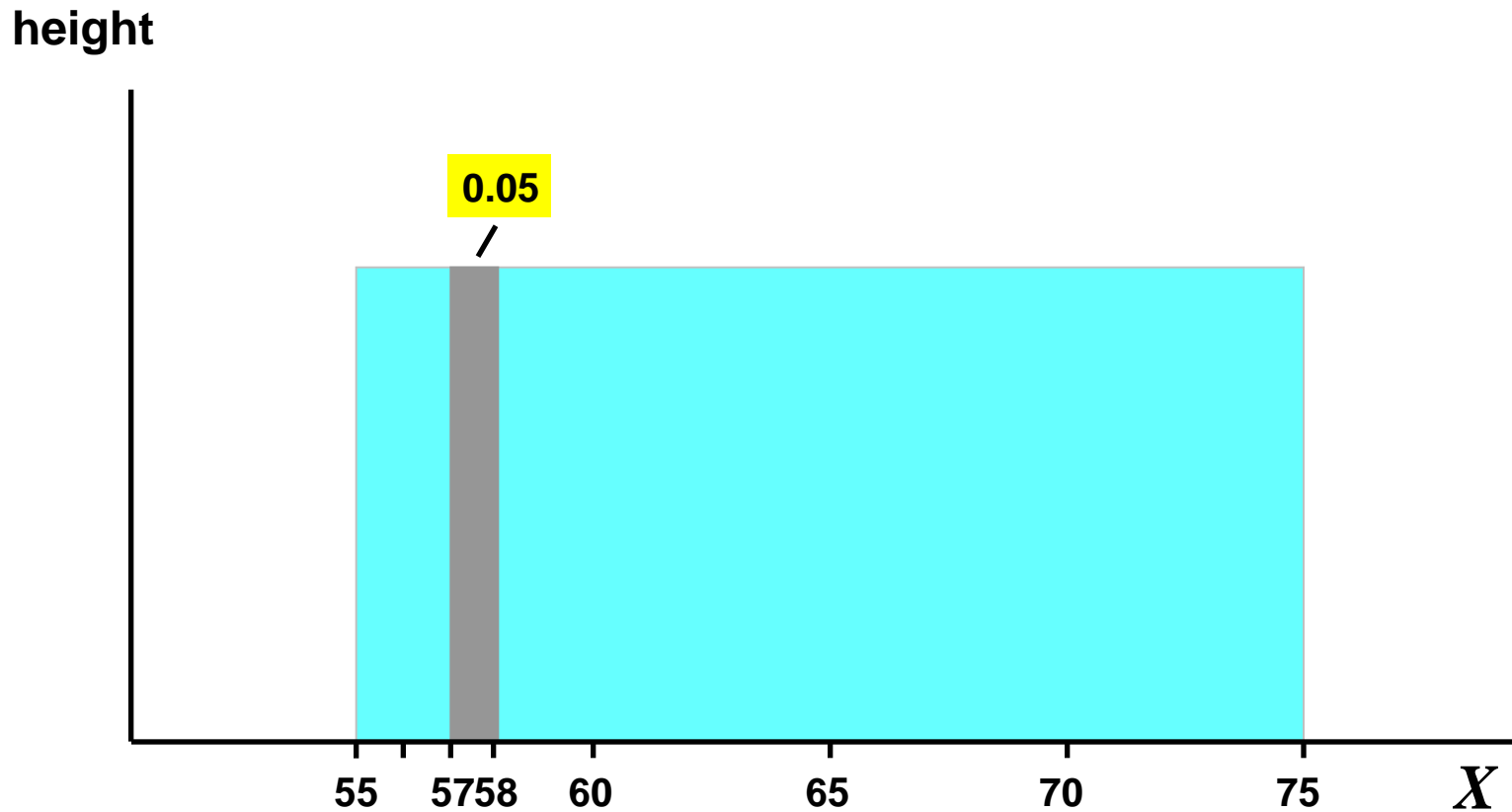


## VARIABILI CASUALI CONTINUE



In maniera simile, la probabilità di avere un valore compreso tra 56 e 57 è pari a 0.05.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

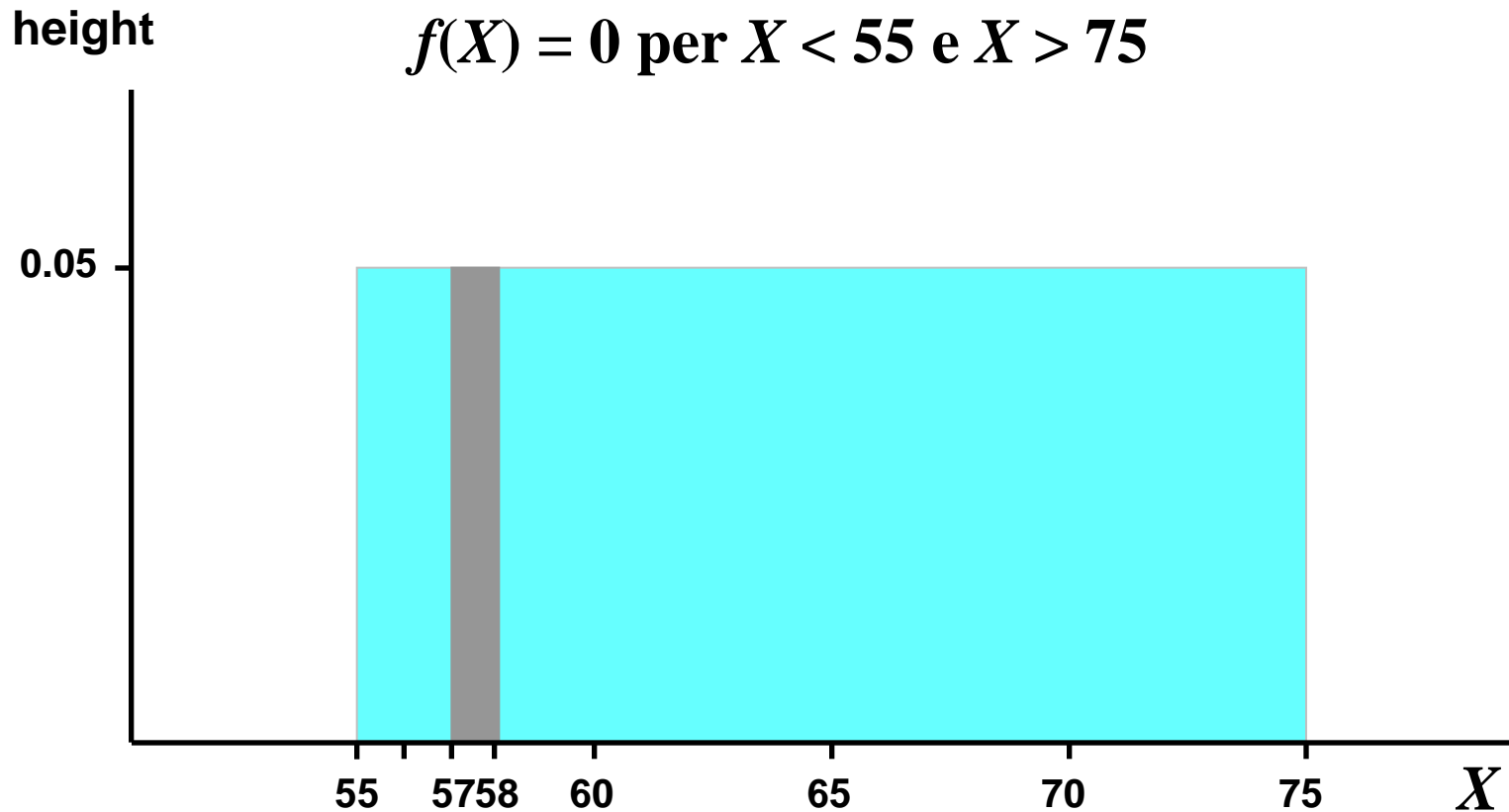


Per ogni intervallo di ampiezza unitaria la probabilità sarà pari a 0.05.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



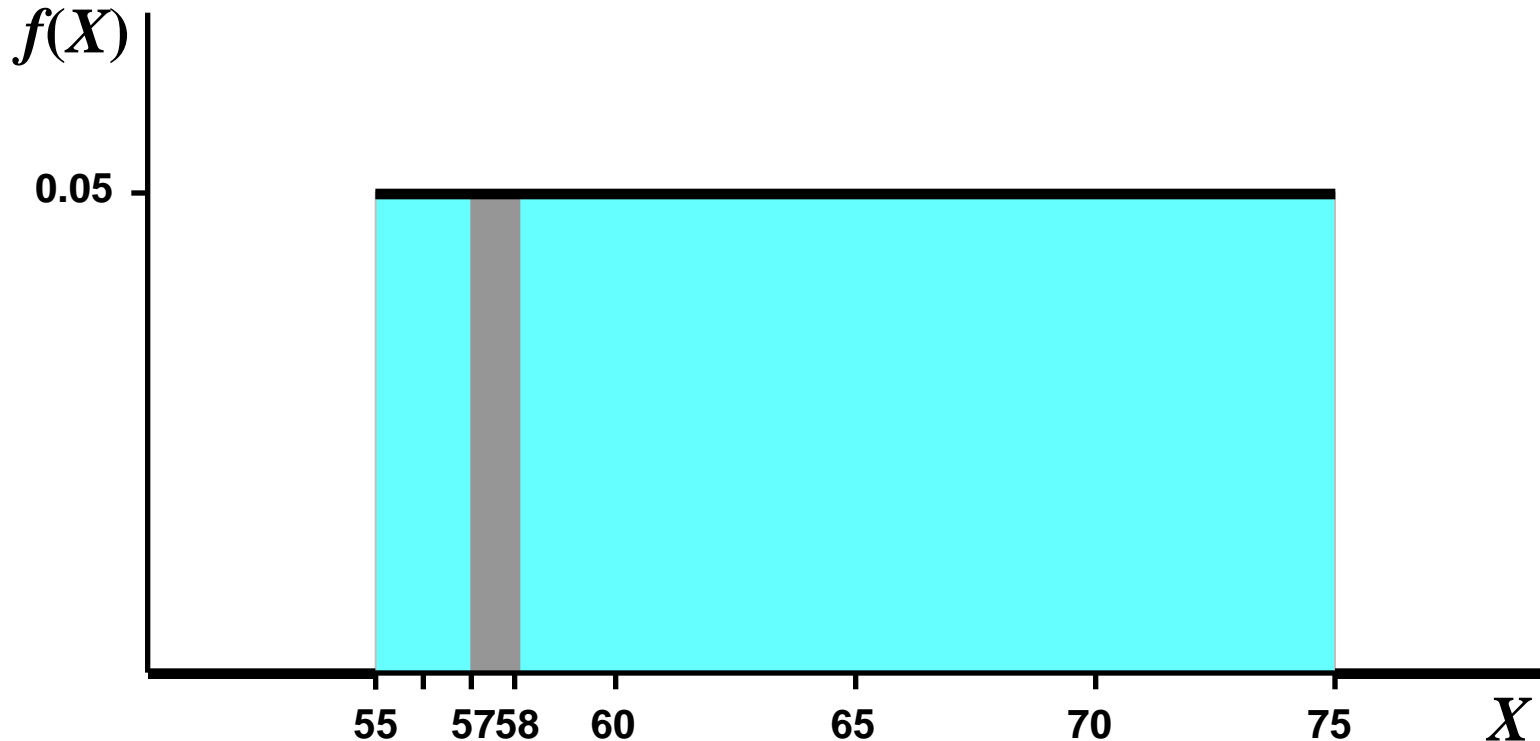
Matematicamente, la densità di probabilità viene scritta come una funzione della variabile,  $f(X)$ . Nel nostro esempio,  $f(X)$  è 0.05 per  $55 < X < 75$  e zero altrimenti.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



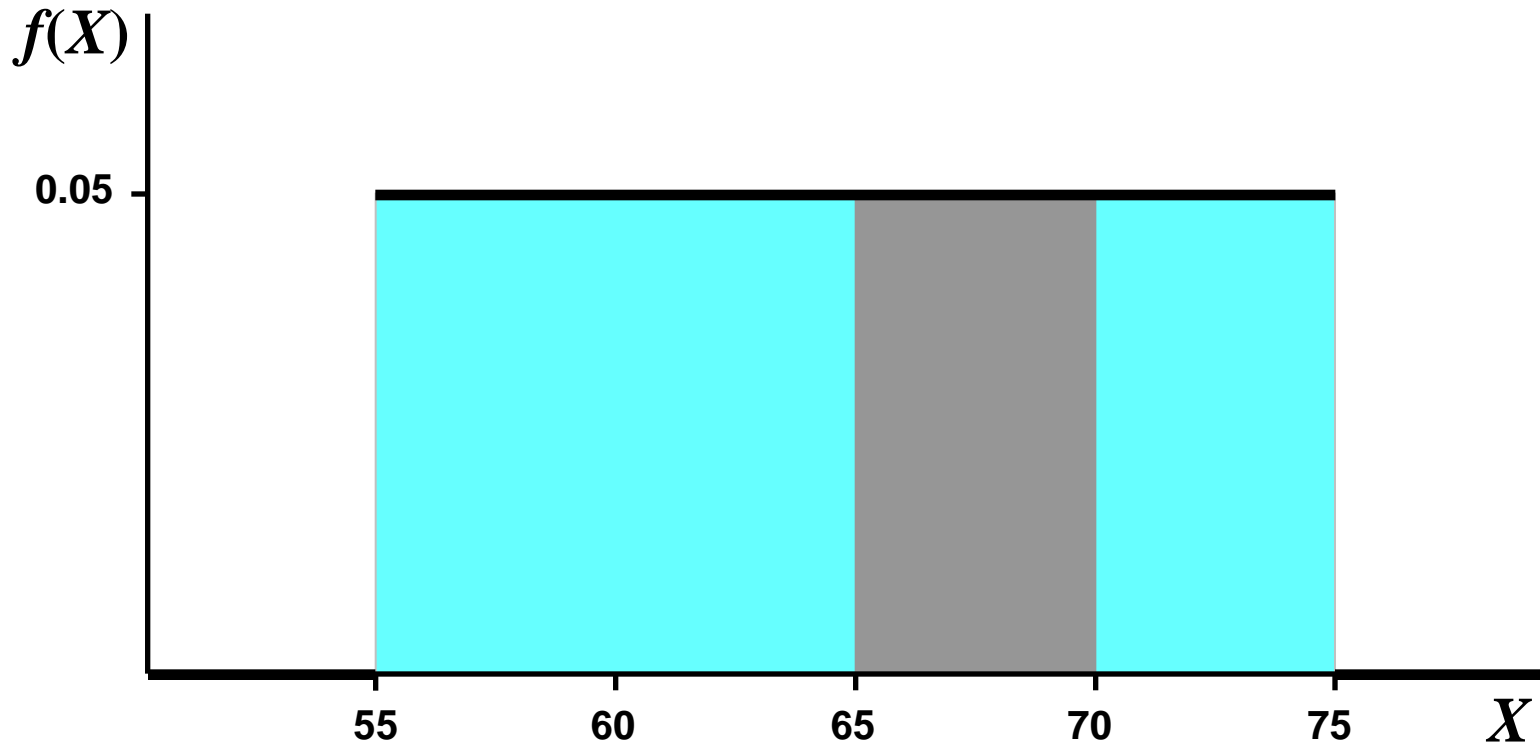
L'asse verticale indica la densità di probabilità, (precedentemente l'avevamo nominato height, altezza [non fisica]).  $f(X)$  è nota come funzione di densità di probabilità ed è mostrata graficamente con la linea nera.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



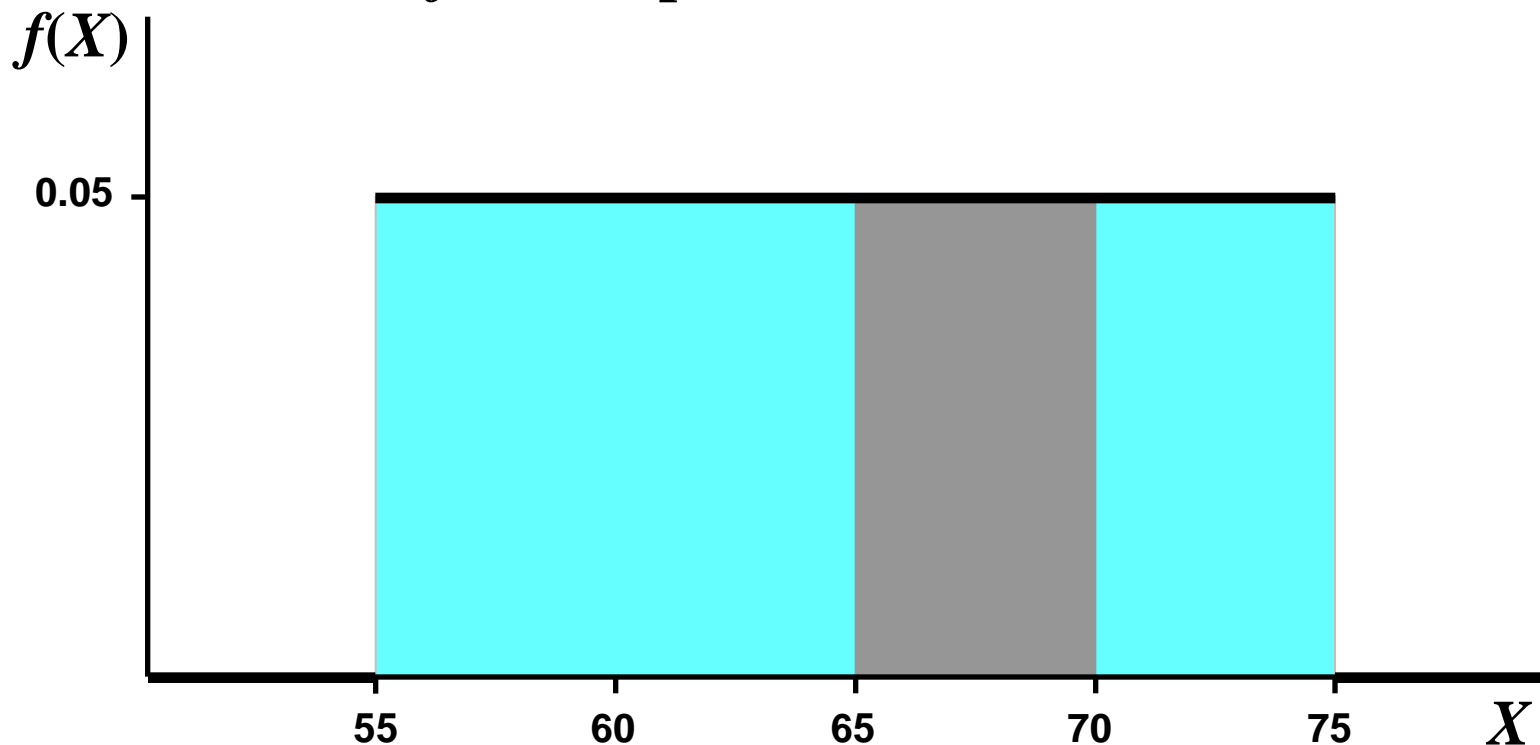
Supponiamo di voler calcolare la probabilità della temperatura compresa tra 65 e 70 gradi.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



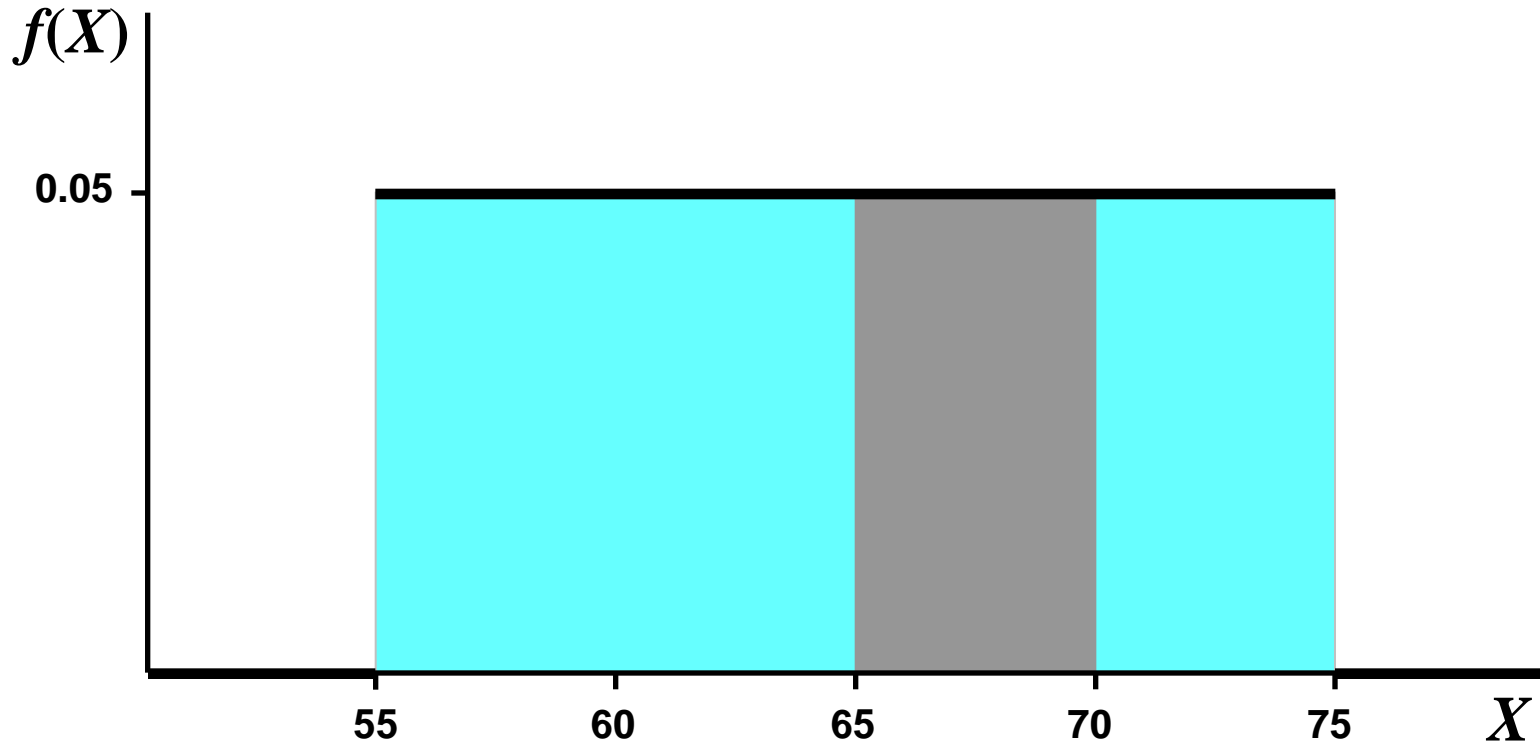
Per fare ciò occorre calcolare l'area compresa tra 65 e 70.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



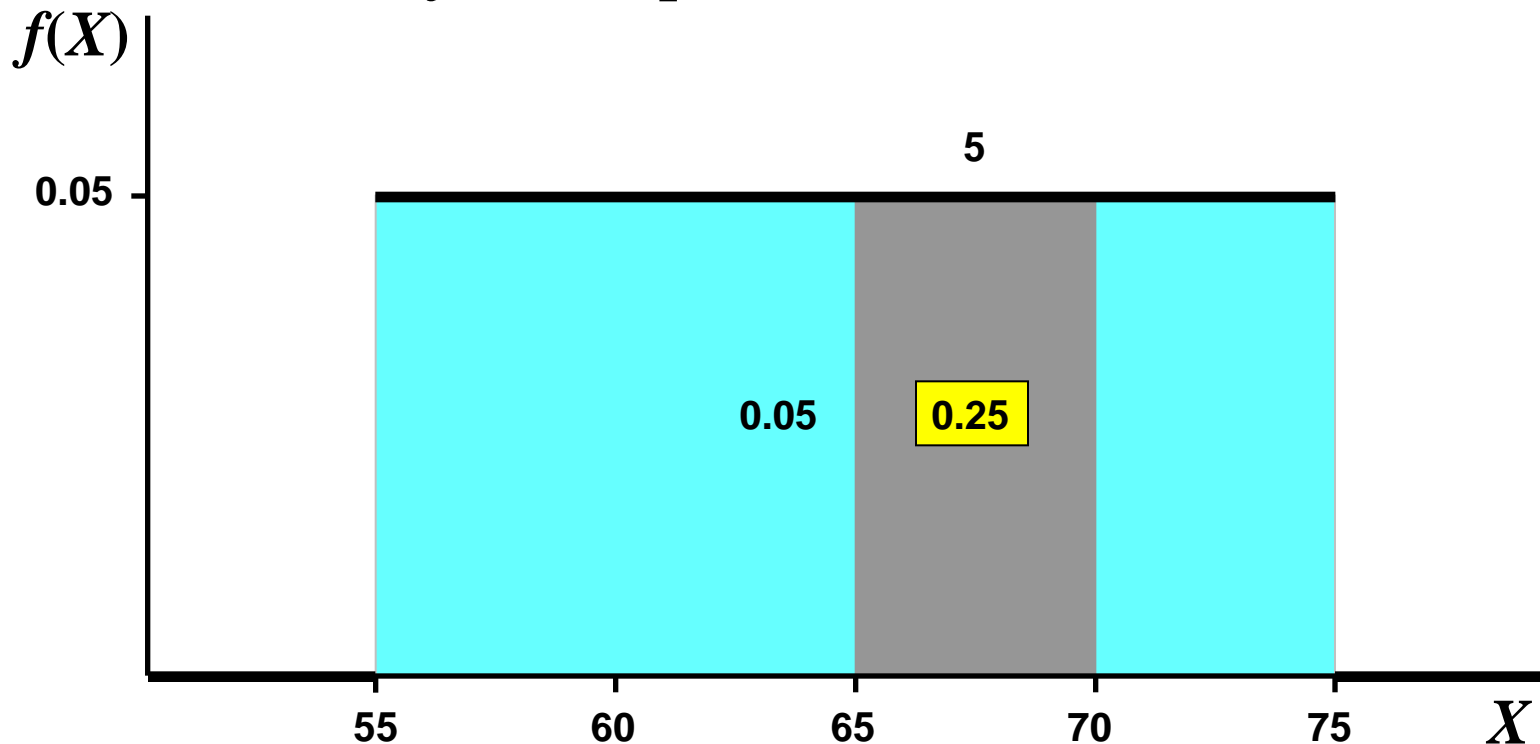
Occorre usare il calcolo dell'integrale per misurare l'area, ma nel nostro esempio basta calcolare l'area del rettangolo.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 0.05 \text{ per } 55 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 55 \text{ e } X > 75$$



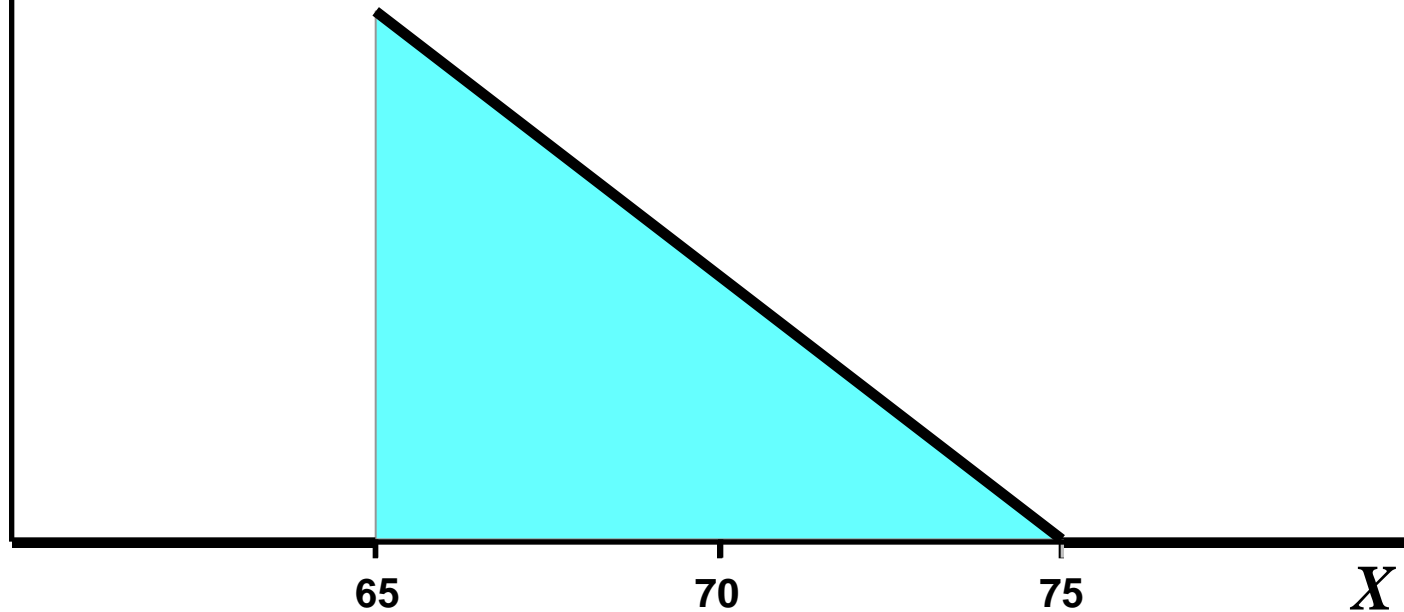
L'altezza (height) del rettangolo è 0.05 e la sua base è 5, quindi l'area è 0.25.



## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

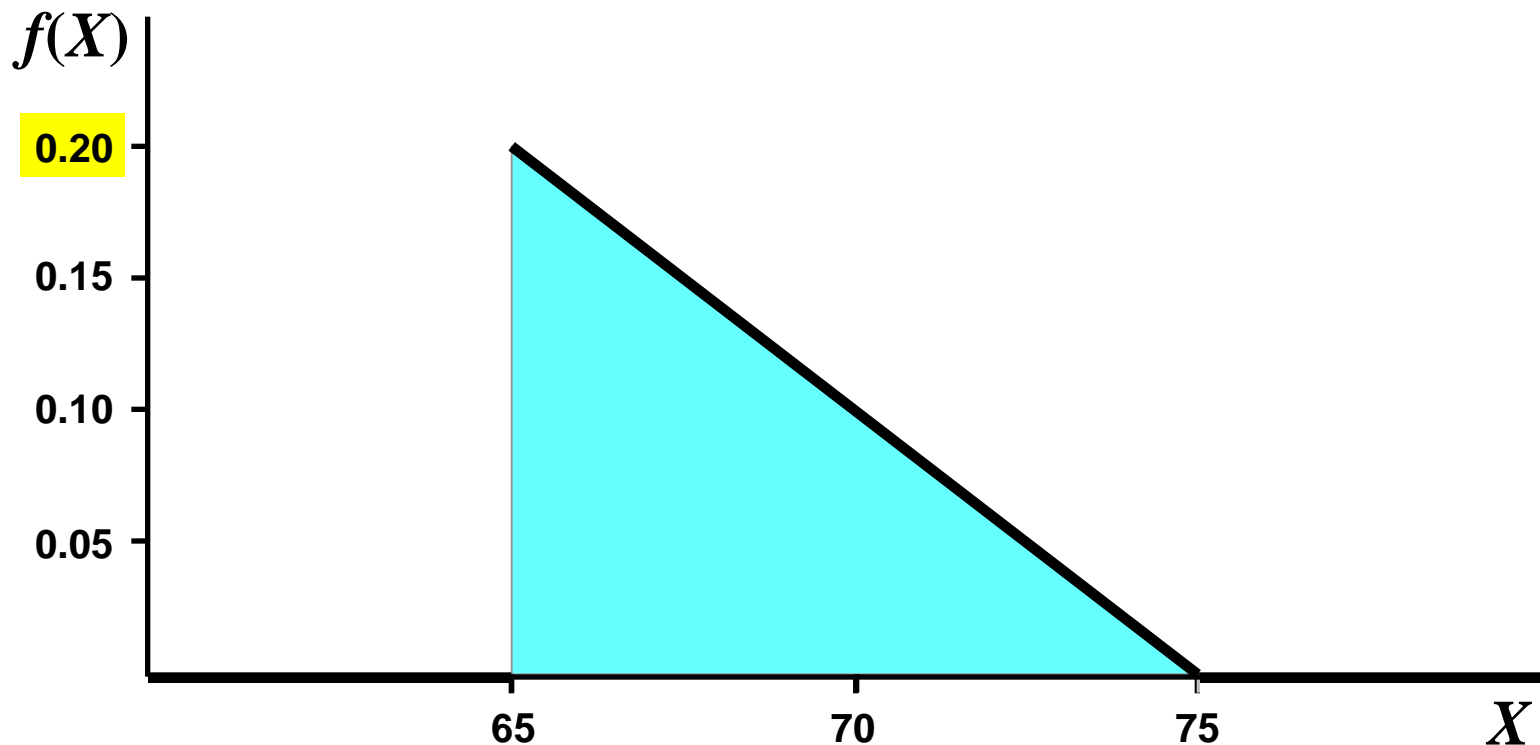
$f(X)$



Adesso supponiamo che la temperatura vari all'interno del range 65 - 75 gradi con una probabilità uniformemente decrescente all'aumentare della temperatura.

# VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

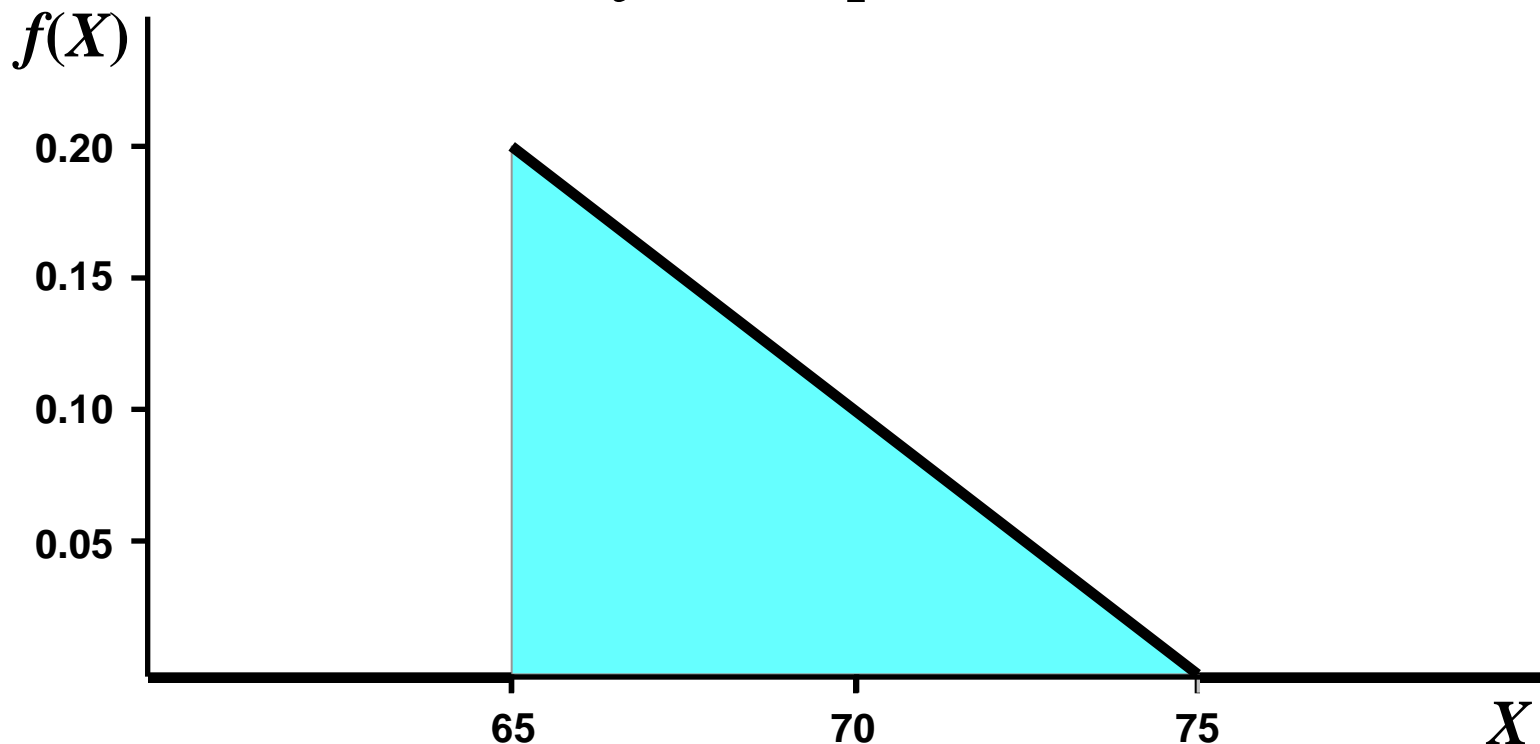


L'area totale del triangolo deve essere necessariamente uguale a uno. Dal momento che la base del triangolo è 10 ( $=75 - 65$ ) la sua altezza deve essere 0.20.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 1.50 - 0.02X \text{ per } 65 \leq X \leq 75$$
$$f(X) = 0 \text{ per } X < 65 \text{ e } X > 75$$



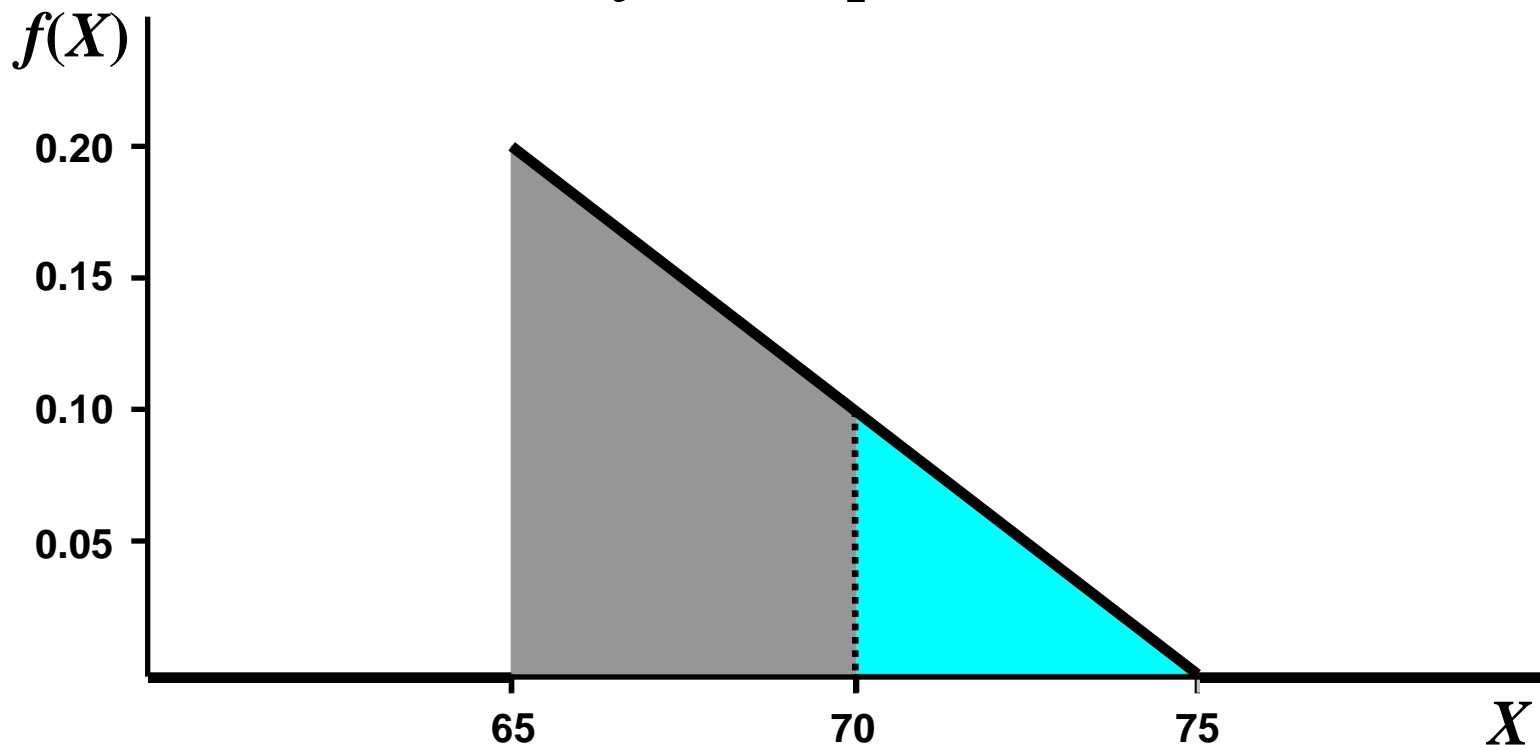
In questo esempio, la funzione di densità di probabilità è una linea che può essere scritta come  $f(X) = b_1 + b_2X$ . Essa deve passare per i punti  $(65, 0.20)$  e  $(75, 0)$ ,  $b_1$  deve essere uguale a 1.50 e  $b_2$  deve essere -0.02.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 1.50 - 0.02X \text{ per } 65 \leq X \leq 75$$

$$f(X) = 0 \text{ per } X < 65 \text{ e } X > 75$$

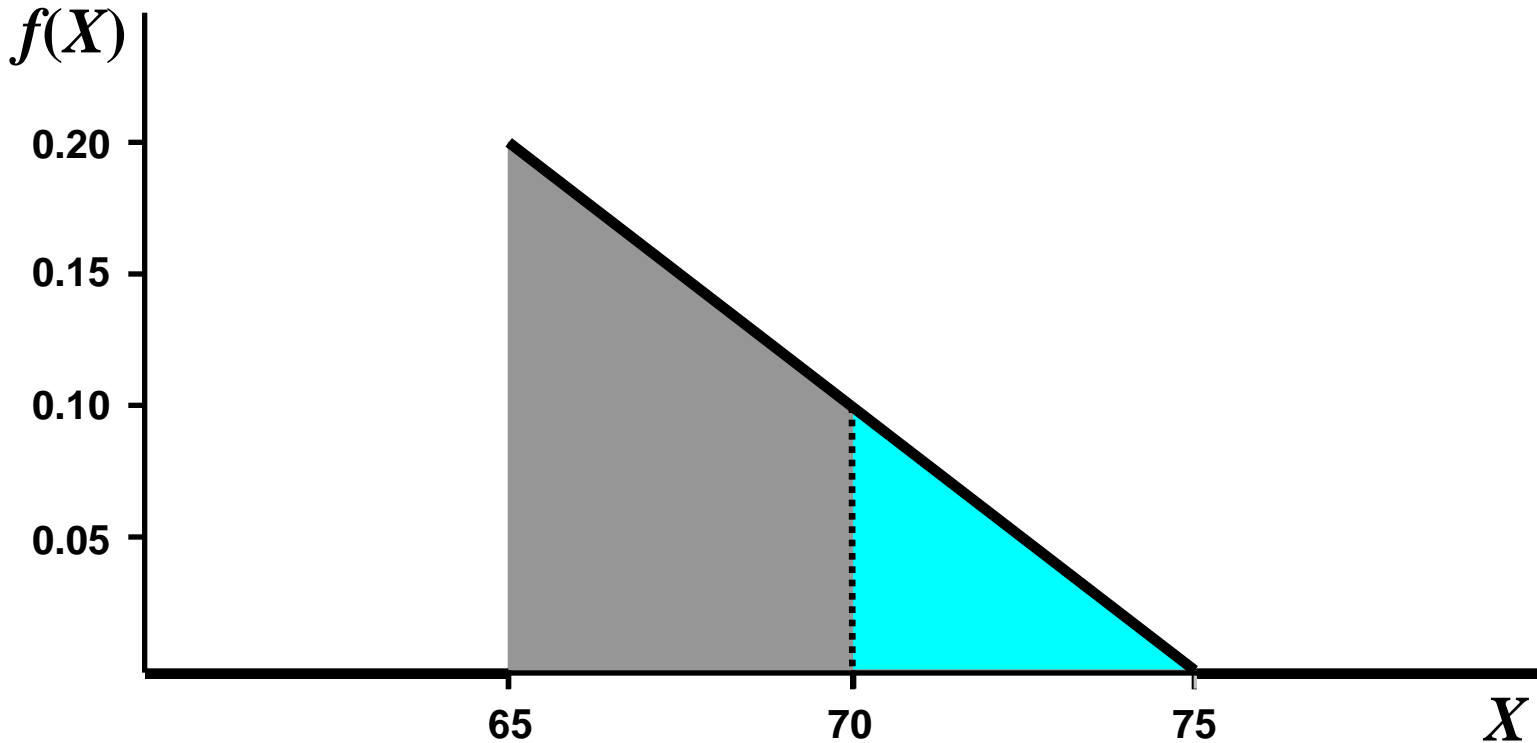


Supponiamo di essere interessati all'area compresa tra 65 e 70 gradi (ovvero la probabilità di avere una temperatura compresa tra 65 e 70 gradi).

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 1.50 - 0.02X \text{ per } 65 \leq X \leq 75$$
$$f(X) = 0 \text{ per } X < 65 \text{ e } X > 75$$

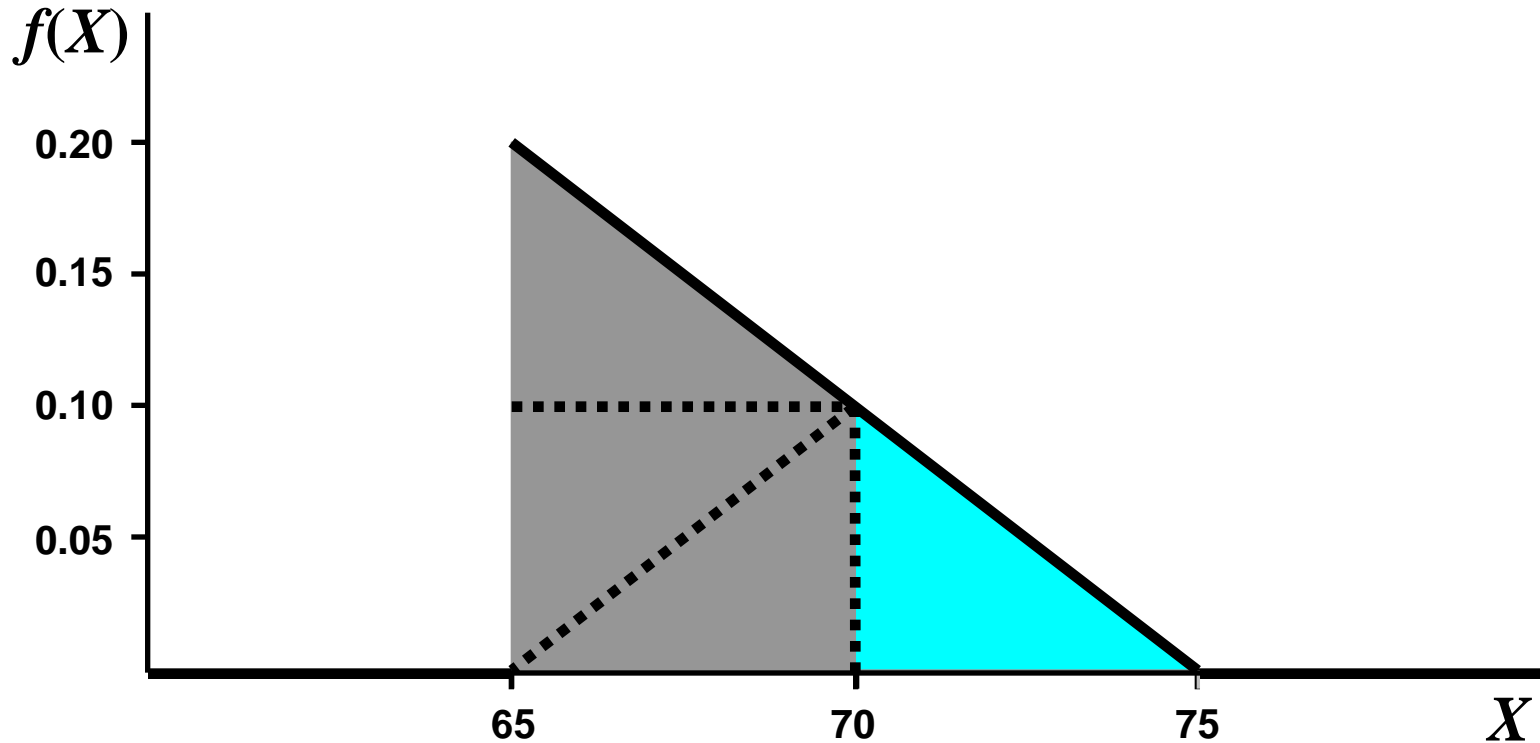


Possiamo ricorrere al calcolo dell'integrale, ma in questo caso non c'è bisogno.

## VARIABILI CASUALI CONTINUE

densità di  
probabilità

$$f(X) = 1.50 - 0.02X \text{ per } 65 \leq X \leq 75$$
$$f(X) = 0 \text{ per } X < 65 \text{ e } X > 75$$



Geometricamente è facile da calcolare e la risposta è 0.75.